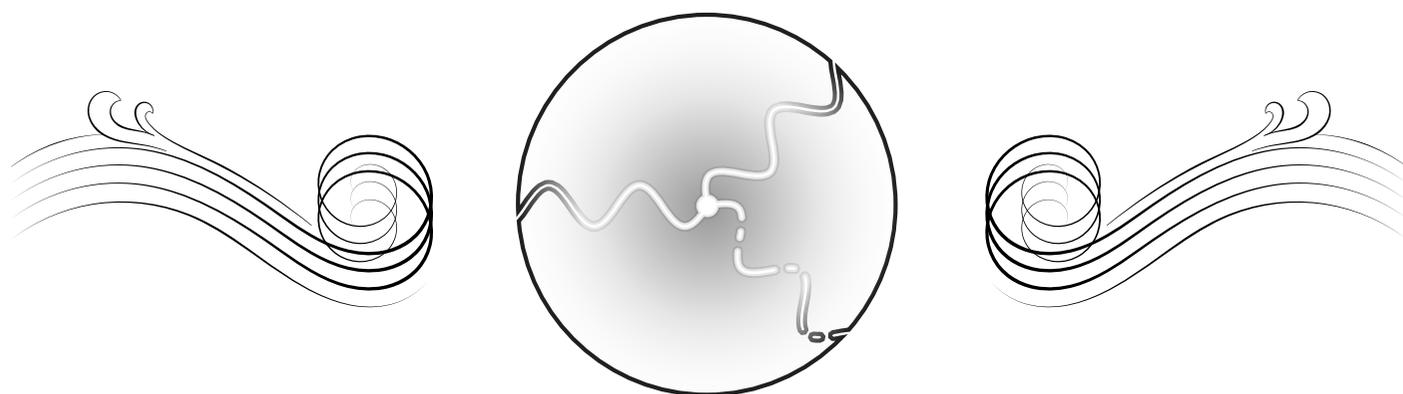




**Fundamentos Teóricos y Experimentales
de la Búsqueda de Materia Oscura a
Través de la Óptica no Lineal**



Matías H. Senger



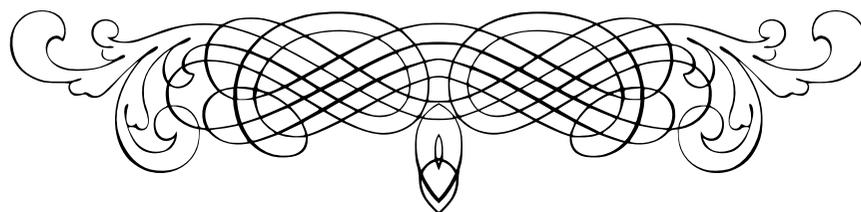
Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física



Fermi National Accelerator Laboratory



Año 2019



Resumen

Se presentan los fundamentos, tanto teóricos como experimentales, para la búsqueda de materia oscura a través de mecanismos de óptica no lineal. Hasta donde se tiene registro, es la primera vez que estas dos ramas de la física fueron combinadas.

Desde el punto de vista teórico, se desarrollan las ecuaciones necesarias para describir la óptica no lineal de fotones oscuros, lo cual provee nuevas vías de búsqueda de materia oscura. Luego se estudia en detalle el proceso detrás de este mecanismo para encontrar cómo es la señal que se debe buscar. Desde el punto de vista experimental se estudian los resultados obtenidos en el laboratorio y se dejan sentadas las bases sobre la implementación de un experimento de mayor escala. Se realiza una estimación de la región de exclusión que se puede poner al espacio de parámetros del fotón oscuro con una configuración experimental sencilla y finalmente se comentan distintas técnicas que permitirían mejorar significativamente dichos límites.

También se realiza una breve exploración de las aplicaciones del detector *skipper CCD* en el campo de *quantum imaging* y *quantum cryptography*. Se realizan algunos comentarios, de manera tangencial, sobre aplicaciones tecnológicas donde estos detectores podrían jugar un rol preponderante. A continuación se presentan los resultados obtenidos en la configuración experimental implementada.

Agradecimientos

Con breves pero sinceras palabras quisiera dar las gracias a:

- Ayelén, por haber renunciado a lo que renunciaste para poder acompañarme y por lo que esta tesis implicó para vos, realmente lo valoro y no lo olvidaré. Tu compañía hizo una diferencia importante y valiosa para mí, y no dudo en que así también será para $t \geq 20$ de diciembre.
- Mis padres por apoyarme en todo momento de mi formación, incluso cuando mis planes parecían alocados.
- La familia de Ayelén por habernos apoyado siempre, a ella y a mí, en especial en estos últimos meses.
- Darío Rodrigues por el excelente papel que desempeñó como mi director de tesis, y también por todo lo que hizo más allá del ámbito laboral, a él y a María Emilia. Gracias.
- Javier Tiffenberg y Juan Estrada por darnos la oportunidad de trabajar en su grupo en Fermilab, sin dudas una experiencia para no olvidar.
- Todas las personas en Fermilab que de una u otra forma contribuyeron a este trabajo.
- Todos los profesores que tuve en mi paso por el Departamento de Física.

Lic. Ing. Matías Senger

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Materia oscura	1
1.1.1. Fuerzas oscuras	4
1.2. Breve descripción del experimento	5
1.3. Objetivos	5
1.4. Motivación	6
2. Desarrollo del modelo teórico del experimento	7
2.1. El modelo de fotones oscuros	7
2.1.1. Especialización del modelo en medios no lineales	9
2.2. Leyes de conservación (<i>phase matching conditions</i>)	11
2.3. La distribución de fotones	15
2.3.1. La distribución angular de fotones	15
2.3.1.1. El término de <i>phase matching f</i>	16
2.3.1.2. La susceptibilidad de segundo orden χ^2	20
2.3.2. La distribución en energías	22

3. Una versión de mesada del experimento	25
3.1. Descripción del la configuración experimental	25
3.2. Detectores CCD	31
3.2.1. La tecnología <i>skipper CCD</i>	32
3.3. Procesamiento de las imágenes	33
3.3.1. El ajuste del cero	34
3.3.2. Calibración del detector	35
3.3.3. La remoción de rayos cósmicos	36
3.4. Resultados obtenidos	37
3.4.1. Comparación del modelo con el experimento	38
4. Sobre la implementación del experimento	43
4.1. Consideraciones generales	43
4.2. El medio no lineal	45
4.2.1. Materiales birrefringentes	45
4.2.2. Materiales con índice de refracción anómalo	47
4.3. El detector	50
4.3.1. Detector monocromático	51
4.3.2. Detector con resolución espectral	52
4.4. La sensibilidad del experimento	52
4.5. Estrategias para mejorar la sensibilidad	57
4.5.1. Uso de cavidades resonantes	57
4.5.2. La polarización del fotón oscuro como mecanismo de reducción de <i>background</i>	58
4.5.3. El entrelazamiento cuántico como mecanismo de reducción de <i>background</i>	59
5. Conclusiones	61

6. Aplicaciones del <i>skipper CCD</i> en tecnologías cuánticas	63
6.1. <i>Quantum imaging</i>	63
6.1.1. <i>Sub-shot-noise quantum imaging</i>	63
6.1.2. <i>Quantum ghost imaging</i>	65
6.2. <i>Quantum cryptography</i>	66
6.3. SPDC como fuente de fotones entrelazados	67
6.4. Experiencia realizada durante el trabajo de tesis	68
6.5. Perspectivas	72
A. Propagación de fotones oscuros en medios lineales	75
A.1. Las ecuaciones de onda	75
A.2. Propagación en medios materiales	77
A.2.1. Propagación en medios lineales	78
B. Software desarrollado	81
B.1. El paquete <i>ltapy</i>	81
B.2. El paquete <i>darmat</i>	81
B.3. El repositorio <i>skipper-ccd-tools</i>	82
B.4. El repositorio <i>find-crystal</i>	82
Bibliografía	82

Capítulo 1

Introducción

1.1. Materia oscura

La *materia oscura* es una sustancia hipotética cuya existencia se postuló para explicar discrepancias existentes entre teoría y observación a escalas astrofísicas y cosmológicas. A continuación se presentará una breve reseña sobre cuáles son estas discrepancias y por qué éstas sustentan la fe en la existencia materia oscura.

El perfil de rotación de las galaxias es, quizá, la discrepancia entre observación y teoría más difundida. En la figura 1.1 se puede ver un esquema cualitativo que ilustra la diferencia entre la predicción en base a las leyes de la física conocidas y la observación. La *predicción teórica* es la que se obtiene mediante el empleo de las leyes conocidas de la gravedad (Relatividad General) considerando una densidad de materia consistente con la que se observa según el brillo de las estrellas.

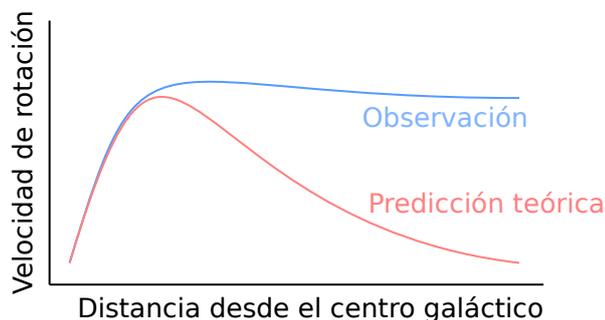


Figura 1.1: Esquema cualitativo que ilustra la diferencia entre la predicción teórica y la observación en los perfiles de rotación de galaxias.

Otro caso en donde se presenta una discrepancia entre la observación y la predicción es en la dispersión de velocidades de estrellas en cúmulos estelares, como así también en cúmulos

galácticos. En todos estos casos la observación es consistente con una mayor densidad de materia. A la diferencia entre la materia total necesaria para que el sistema tenga la dinámica observada y la cantidad de materia luminosa que efectivamente se observa se la conoce, justamente, como *materia oscura*.

Otra evidencia que sustenta la existencia de materia oscura es lo que se conoce como *lentes gravitacionales*. De acuerdo con la Relatividad General la propagación de la luz en el espacio se ve afectada por la densidad de materia/energía que en éste haya. Si en una determinada región del espacio hay una gran densidad de materia, la luz se desviará de su trayectoria recta en esta región produciendo así una distorsión de la imagen original. Observaciones astronómicas, como la que se presenta en la figura 1.2, muestran que las imágenes correspondientes a galaxias lejanas muchas veces se encuentran distorsionadas tal como predice la teoría [1]. Esto es consistente con la presencia de un cúmulo de materia en el camino de la luz. Sin embargo esta materia no se ve. Esto sugiere que podría haber una acumulación de materia oscura la cual no interactúa electromagnéticamente (por esto es transparente) pero sí interactúa gravitatoriamente, produciendo así la distorsión observada en la imagen.



Figura 1.2: Cúmulo galáctico Abell S1063. En la imagen se puede apreciar cómo el fenómeno de *lente gravitacional* distorsionó la imagen de algunas galaxias dándoles una forma estirada y semi-circular. Adaptado de la referencia [1].

Si bien la materia oscura provee una explicación a todas las observaciones previamente mencio-

nadas, otras alternativas también son viables. Por ejemplo, las leyes de gravitación o dinámica conocidas podrían no ser correctas en escalas muy grandes (del orden del tamaño de una galaxia y mayores). Se han hecho propuestas siguiendo esta alternativa [2], las cuales se agrupan en lo que se conoce como *teorías de gravedad modificada*. Estas teorías dan cuenta de muchos de los fenómenos que se observan, pero tienen grandes dificultades a la hora de explicar algunas observaciones de *colisión de cúmulos galácticos*. El ejemplo más emblemático de esto es el *cúmulo bala*, del cual se encuentra una imagen en la figura 1.3 [3]. En esta imagen se puede observar la distribución de materia visible (gas caliente) detectada mediante la observación en el espectro de los rayos X, en conjunto con la densidad total de materia (concentración de masa) estimada a partir del fenómeno de lente gravitacional en el espectro visible. El cúmulo bala no es el único caso de este tipo que se ha observado, por mencionar otro ejemplo está el cúmulo MACS J0025.4-1222 en el cual se ve un proceso de similar naturaleza. En general las teorías de gravedad modificada no pueden dar cuentas de estos fenómenos mientras que sí pueden ser explicados mediante la existencia de la materia oscura.

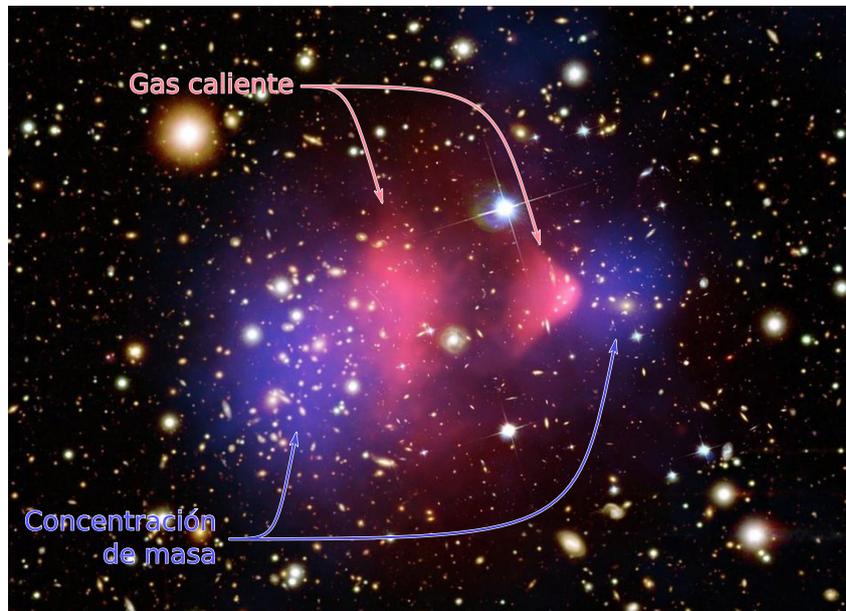


Figura 1.3: El *cúmulo bala*, la colisión de dos cúmulos de galaxias. En color rosa claro se indica la presencia de gas caliente detectado mediante rayos X, en azul se indica la densidad de masa estimada a partir del fenómeno de lente gravitacional. Adaptado de la referencia [3].

La determinación más exacta hasta el momento sobre la cantidad de materia oscura que hay en el universo es la que proveen el modelo cosmológico Λ CDM y los datos de la radiación cósmica de fondo tomados por la colaboración Planck. De acuerdo con la última publicación de resultados [4] la cantidad de materia oscura en el universo es de $\Omega_c = (26,4 \pm 0,4) \%$ en tanto que la densidad de materia bariónica es $\Omega_b = (4,93 \pm 0,07) \%$. Como se puede ver la densidad de materia oscura es mayor que la densidad de materia ordinaria (bariónica).

Todos estos indicios observacionales, en conjunto con otros también de índole astrofísica/cos-

mológica que no se han mencionado en esta breve reseña, son consistentes con la presencia de una sustancia que interactúa gravitatoriamente y no interactúa (o lo hace muy débilmente) de ninguna otra manera.

1.1.1. Fuerzas oscuras

Desde un punto de vista microscópico la materia oscura podría estar formada por un nuevo tipo de partículas aún no detectadas, del mismo modo que el resto de la materia lo está según el *modelo estándar de la física de partículas*. Existe una gran variedad de extensiones propuestas para el modelo estándar que podrían dar cuenta de la materia oscura. Los modelos más simples contemplan la posibilidad de que la materia oscura esté formada por distintos tipos de neutrinos, por partículas llamadas WIMPs, etc.

Existen también modelos más complejos que contemplan la existencia no sólo de una partícula de materia oscura sino de todo un *sector oscuro* con una estructura interna de interacciones que contiene tanto fermiones como bosones oscuros. En este caso se habla tanto de materia oscura como de *fuerzas oscuras*. En la figura 1.4 se ilustra este concepto. A la izquierda se observa el diagrama de interacciones conocido del modelo estándar y a la derecha un esquema muy general para el sector oscuro. (Podría ser tan complejo como el modelo estándar.) La gravedad aún no es entendida microscópicamente con lo cual se la colocó fuera del recuadro correspondiente al modelo estándar. Sí se sabe que la gravedad provee una vía de interacción entre la materia ordinaria y la materia oscura. Además podrían existir otras interacciones que vinculen a la materia oscura con partículas del modelo estándar o a las partículas de la fuerza oscura. Estas últimas interacciones se han dibujado con trazo punteado para denotar que, de momento, son hipotéticas. Sobre lo que sí se tiene certeza, en base a las observaciones mencionadas previamente, es sobre la gravedad y sobre la materia oscura, tienen que estar en algún lado.

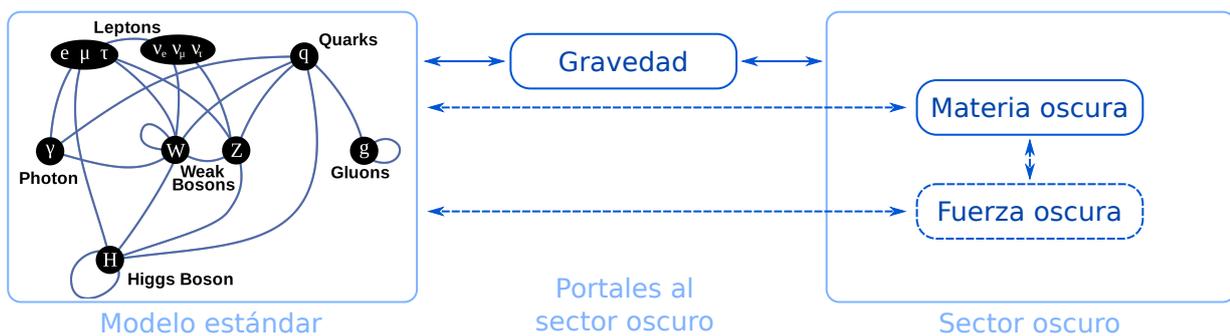


Figura 1.4: Esquema de las interacciones en el modelo estándar y las hipotéticas extensiones.

En el presente trabajo se desarrollará la cinemática del fotón oscuro en medios no lineales y a partir de ella se evaluarán las perspectivas de un experimento cuyo objetivo será la producción y detección del *fotón oscuro*, uno de los actuales candidatos para extender el modelo estándar e incluir a la materia oscura y a una interacción oscura.

1.2. Breve descripción del experimento

En el campo de la óptica no lineal existe un proceso, denominado *spontaneous parametric down conversion* o SPDC, en el cual un fotón que incide sobre un medio no lineal decae en dos fotones. En este trabajo se centra en un hipotético proceso análogo en el que uno de los fotones emitidos es un fotón oscuro. En la figura 1.5 se puede ver un esquema simplificado e ilustrativo del experimento. Un fotón incide sobre un medio no lineal en el cual se da el proceso

$$\gamma \rightarrow \gamma + \gamma' \quad (1.1)$$

siendo γ un fotón y γ' un fotón oscuro. Luego los productos son detectados por un detector. En

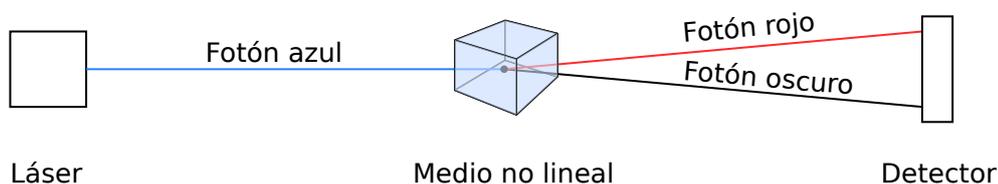


Figura 1.5: Esquema ilustrativo del experimento que se tratará en este trabajo.

El cuerpo del trabajo se tratará con detalle cada aspecto del experimento y se presentarán las bases teóricas que lo sustentan.

1.3. Objetivos

El objetivo principal del trabajo es estudiar la viabilidad de la búsqueda del fotón oscuro mediante un proceso de óptica no lineal. Como objetivos específicos del trabajo se pueden listar:

- Desarrollar los fundamentos teóricos de la propuesta.
- Generar un modelo para la señal del fotón oscuro, como así también para el *background*.
- Entender cuáles son las propiedades que debe tener un material no lineal para favorecer la producción de fotones oscuros.
- Proponer una configuración experimental para la implementación. Estudiar la capacidad que tiene esta configuración en la búsqueda de nueva física.
- Implementar y caracterizar un prototipo que permita validar, en la medida de lo posible, los modelos desarrollados.

1.4. Motivación

La principal motivación para realizar este trabajo se basa en que la materia oscura, como concepto, es un hecho observacional y, sin embargo, aún no se la ha podido detectar al nivel de partículas, no se tiene información sobre su composición microscópica. Existe una gran comunidad de científicos alrededor del mundo trabajando en esta búsqueda con muy diversos enfoques. El experimento que se trata en este trabajo combina la óptica no lineal con la búsqueda de materia oscura. Sería la primera vez que se utilizan técnicas de óptica no lineal en un experimento cuyo objetivo es la búsqueda de materia oscura. Es por ello que se considera a ésta como una gran oportunidad para explorar un posible portal hacia nueva física.

Además, como se discute brevemente en el capítulo 6, la configuración experimental que se debe implementar para dar los primeros pasos en la búsqueda del fotón oscuro mediante técnicas de óptica no lineal, permite realizar al mismo tiempo una exploración sobre posibles aplicaciones del detector *skipper CCD* en el campo de *quantum imaging* y *quantum cryptography*.

Entonces, en este trabajo de tesis, se encontró una doble oportunidad para, por un lado, explorar la búsqueda de nueva física con un método novedoso y, por otro lado, investigar sobre las aplicaciones que puede tener un detector que fue desarrollado recientemente en un campo tan importante como lo es la información cuántica.

Capítulo 2

Desarrollo del modelo teórico del experimento

En este capítulo se desarrollarán las bases teóricas del experimento. En primer lugar se presentará el modelo de fotones oscuros, en su formulación lagrangiana más general. A continuación se especializará dicho modelo en un medio no lineal. Luego se planteará el experimento en el lenguaje de la óptica no lineal. Se encontrará una distribución tanto para el *background* como para la señal a partir del análisis de la cinemática de los procesos. También se discutirá brevemente los efectos que tienen la polarización y la anisotropía del medio no lineal.



2.1. El modelo de fotones oscuros

El modelo que se utilizará a lo largo de este trabajo consiste en una extensión del electromagnetismo que añade una simetría $\mathbf{U}(1)$ adicional. De este modo se obtienen dos campos de gauge, uno correspondiente al fotón ordinario y otro correspondiente al hipotético fotón oscuro. El primero en proponer este tipo de modelos fue Bob Holdom en 1986 [5]. En dicha ocasión Holdom exploró la posibilidad de que existan fermiones no conocidos que se acoplan al *parafotón* (así llamó él a lo que hoy se denomina más comúnmente como *fotón oscuro*) para explicar la materia oscura.

El presente trabajo se funda en un lagrangiano que contiene dos campos de gauge $\mathbf{U}(1)$, uno sin masa y otro masivo. Este lagrangiano contiene a los siguientes términos [6, 7]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}f_{\mu\nu}f^{\mu\nu} - \frac{1}{4}f'_{\mu\nu}f'^{\mu\nu} + \frac{\varepsilon}{2}f_{\mu\nu}f'^{\mu\nu} + \frac{m_{\gamma'}^2}{2}a'_{\mu}a'^{\mu} - ea_{\mu}J^{\mu} \quad (2.1)$$

donde

- $f_{\mu\nu} \stackrel{\text{def}}{=} \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu$,
- $f'_{\mu\nu}$ se define de forma análoga a $f_{\mu\nu}$,
- ε es un parámetro que determina el acoplamiento cinético,
- a_μ es un campo de gauge que se acopla a
- la corriente electromagnética J^μ y
- a'_μ es un campo de gauge masivo de masa $m_{\gamma'}$ que no tiene acoplamiento directo con J^μ .

Si se considera $J^\mu = 0$ (i.e. ausencia de cargas electromagnéticas) lo que se obtiene es la propagación libre de los campos a_μ y a'_μ . En este caso el término $\frac{\varepsilon}{2} f_{\mu\nu} f'^{\mu\nu}$ inducirá una oscilación $a_\mu \leftrightarrow a'_\mu$ y es por ello que se lo conoce como el término de *kinetic mixing*. Como se mencionó en el párrafo previo, a'_μ no tiene un acoplamiento directo con J^μ . Sin embargo, la oscilación $a_\mu \leftrightarrow a'_\mu$ producto del término de *kinetic mixing* hace que exista una interacción efectiva entre a'_μ y J^μ .

Los campos a_μ y a'_μ no son los correspondientes al fotón ordinario y al fotón oscuro, sino que combinaciones lineales de ellos lo son. Para encontrarlas hay que hallar las combinaciones lineales de a_μ y a'_μ que pueden propagarse sin oscilar. Esto implica diagonalizar el lagrangiano (2.1). Para ello se definen A_μ y A'_μ del siguiente modo

$$\begin{cases} A_\mu \stackrel{\text{def}}{=} a_\mu - \varepsilon a'_\mu \\ A'_\mu \stackrel{\text{def}}{=} a'_\mu \end{cases}. \quad (2.2)$$

Con estas definiciones el lagrangiano se puede reescribir según

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} + \frac{m_{\gamma'}^2}{2} A'_\mu A'^\mu - e (A_\mu + \varepsilon A'_\mu) J^\mu. \quad (2.3)$$

En esta base es fácil ver que en el caso de propagación libre, i.e. cuando $J^\mu = 0$, los campos A_μ y A'_μ no se mezclan entre sí. La propagación de A_μ es independiente de la de A'_μ . Esto permite identificar

- al campo no masivo A_μ con el fotón ordinario y
- al campo masivo A'_μ con el fotón oscuro.

También es evidente que la corriente electromagnética no se acopla sólo al fotón, como postula el modelo estándar, sino que se acopla a la combinación lineal $A_\mu + \varepsilon A'_\mu$. Esto implica que cada vez que una carga es acelerada ésta irradia una combinación lineal de ondas electromagnéticas ordinarias y ondas electromagnéticas oscuras, correspondientes al fotón ordinario y al fotón

oscuro respectivamente. Un valor de ε suficientemente pequeño podría explicar por qué nunca se observó este acoplamiento al fotón oscuro hasta el momento¹.

2.1.1. Especialización del modelo en medios no lineales

En el electromagnetismo clásico es común definir las cantidades *carga de polarización* y *corriente de magnetización* cuando se trabaja en presencia de medios materiales. Si ρ y \mathbf{J} son la carga y la corriente respectivamente, en su carácter más general, en presencia de medios susceptibles de ser polarizados y/o magnetizados éstas se suelen expresar según [9]

$$\begin{cases} \rho = \rho_{\text{libre}} - \nabla \cdot \mathbf{P} \\ \mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{libre}} + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \end{cases} \quad (2.4)$$

donde ρ_{libre} y $\mathbf{J}_{\text{libre}}$ son cargas y corrientes que existen en el problema, independientemente del medio, y \mathbf{P} y \mathbf{M} son los campos de polarización y magnetización, respectivamente, que dan cuenta de las cargas y corrientes inducidas en los medios materiales. Teniendo esto en mente es posible reescribir la cuadricorriente J^μ del lagrangiano en la ecuación (2.3) según

$$J^\mu = J_{\text{libre}}^\mu + J_{\text{medio}}^\mu \quad (2.5)$$

donde

$$J_{\text{libre}}^\mu \sim \begin{bmatrix} \rho \\ \mathbf{J} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad J_{\text{medio}}^\mu \sim \begin{bmatrix} -\nabla \cdot \mathbf{P} \\ \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Aquí la notación $\begin{bmatrix} \rho \\ \mathbf{J} \end{bmatrix}$ denota las cuatro componentes, una temporal asociada a ρ y tres espaciales correspondientes a \mathbf{J} , del cuadvectores J^μ .

A continuación, de forma completamente análoga al tensor de campo electromagnético

$$F^{\mu\nu} \sim \begin{bmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

¹Valores de ε “muy grandes” implicarían que una carga acelerada irradia grandes cantidades de A'_μ . Por otro lado el hecho de que $m_{\gamma'} \neq 0$ implica que la propagación de A_μ y la de A'_μ es distinta. En este caso el efecto neto que se observaría es que el flujo de la energía irradiada por una carga no es el que corresponde al vector de Poynting que predicen las ecuaciones de Maxwell ya que parte de la energía irradiada se propagaría según A'_μ . Hasta el momento no se ha observado esto, lo cual pone cotas sobre ε y sobre $m_{\gamma'}$. Para más detalles se puede consultar la referencia [8].

se puede definir el tensor de polarización $P^{\mu\nu}$ tal que sus componentes sean, por definición,

$$P^{\mu\nu} \sim \begin{bmatrix} 0 & P_x & P_y & P_z \\ -P_x & 0 & -M_z & M_y \\ -P_y & M_z & 0 & -M_x \\ -P_z & -M_y & M_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

A partir de esta definición es directo verificar que

$$J_{\text{medio}}^{\mu} = \partial_{\nu} P^{\nu\mu}. \quad (2.9)$$

En el electromagnetismo clásico, en el caso más general los vectores \mathbf{P} y \mathbf{M} son funciones arbitrarias de los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} . Por ejemplo en el vacío $\mathbf{P} = \mathbf{M} = 0$ en tanto que en un medio lineal e isótropo $\mathbf{P} = \chi_E \mathbf{E}$ y $\mathbf{M} = \chi_M \mathbf{B}$ con χ_E y χ_M las susceptibilidades eléctrica y magnética del medio respectivamente. En el caso de medios más generales la dependencia podría ser arbitraria

$$\begin{cases} \mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E}, \mathbf{B}) \\ \mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{E}, \mathbf{B}) \end{cases}. \quad (2.10)$$

Lo anterior se puede generalizar al tensor de polarización definido previamente proponiendo que éste tiene una dependencia arbitraria con el campo A_{μ} que se puede expandir en una serie de potencias

$$P^{\mu\nu} = \chi^{(0)\mu\nu} + \chi^{(1)\mu\nu}{}_{\rho} A^{\rho} + \chi^{(2)\mu\nu}{}_{\rho\sigma} A^{\rho} A^{\sigma} + \dots \quad (2.11)$$

donde $\chi^{(i)}$ son los tensores de susceptibilidad de orden 0, 1, 2, etc.

La dependencia propuesta para $P^{\mu\nu}$ en el párrafo anterior es válida para el electromagnetismo clásico en el que no hay un fotón oscuro. En el caso del fotón oscuro es razonable hacer la sustitución

$$A_{\rho} \rightarrow A_{\rho} + \varepsilon A'_{\rho} \quad (2.12)$$

dado que el tensor $P^{\mu\nu}$ representa a un medio material y, según el lagrangiano (2.3), el acople entre los campos de gauge y la materia viene dado por la combinación lineal $A_{\rho} + \varepsilon A'_{\rho}$. En este caso el tensor de polarización adopta la forma

$$P^{\mu\nu} = \chi^{(0)\mu\nu} + \chi^{(1)\mu\nu}{}_{\rho} (A^{\rho} + \varepsilon A'^{\rho}) + \chi^{(2)\mu\nu}{}_{\rho\sigma} (A^{\rho} + \varepsilon A'^{\rho}) (A^{\sigma} + \varepsilon A'^{\sigma}) + \dots \quad (2.13)$$

Habiendo definido lo anterior ahora se puede reemplazar $J^{\mu} = J_{\text{libre}}^{\mu} + \partial_{\nu} P^{\nu\mu}$ en el lagrangiano de la ecuación (2.3) y luego reemplazar $P^{\mu\nu}$ por la expresión en (2.13). Lo que se obtiene es

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathcal{L}_A + \mathcal{L}_{A'} - e (A_{\mu} + \varepsilon A'_{\mu}) J_{\text{libre}}^{\mu} + \dots \\ & \dots - e (A_{\mu} + \varepsilon A'_{\mu}) \partial_{\nu} \left(\chi^{(0)\mu\nu} + \chi^{(1)\mu\nu}{}_{\rho} (A^{\rho} + \varepsilon A'^{\rho}) + \chi^{(2)\mu\nu}{}_{\rho\sigma} [(A^{\rho} + \varepsilon A'^{\rho}) (A^{\sigma} + \varepsilon A'^{\sigma})] + \dots \right) \end{aligned}$$

donde $\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ y $\mathcal{L}_{A'} = -\frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} + \frac{m_{\gamma'}^2}{2}A'_\mu A'^\mu$. Como se puede ver existen términos que dan lugar a vértices con tres fotones (ordinarios u oscuros). Entre los términos de orden $\chi^{(2)}$ se encuentran $\propto A^3$, $\propto \varepsilon A^2 A'$, $\propto \varepsilon^2 A A'^2$ y $\propto \varepsilon^3 A'^3$ que dan lugar a los vértices de la figura 2.1. El vértice $\propto A^3$ representa la interacción de tres fotones y se utiliza a diario en laboratorios alrededor del mundo para la producción de pares de fotones (ordinarios) entrelazados en un proceso conocido como *spontaneous parametric down conversion* (SPDC). El vértice $\propto \varepsilon A^2 A'$ permite el proceso

$$\gamma \rightarrow \gamma + \gamma' \quad (2.14)$$

donde γ es un fotón ordinario y γ' un fotón oscuro. Para diferenciar este proceso del de SPDC, se lo denominará *dark spontaneous parametric down conversion* o en siglas dSPDC. Este proceso es el que es de interés en el presente trabajo. Los vértices $\propto \varepsilon^2 A A'^2$ y $\propto \varepsilon^3 A'^3$ no son de interés en este trabajo ya que son de orden más alto en ε con lo cual su probabilidad de ocurrencia es muy baja.

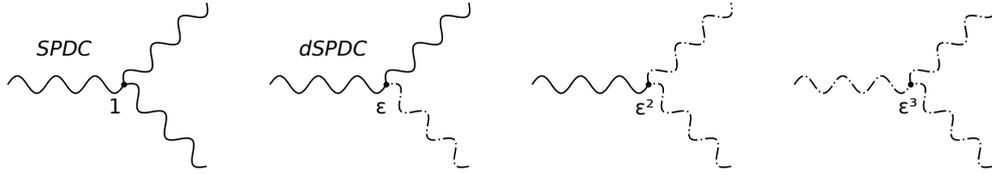


Figura 2.1: Vértices de orden $\chi^{(2)}$ en un medio no lineal. Las líneas sólidas representan fotones ordinarios mientras que las líneas punteadas representan fotones oscuros.

2.2. Leyes de conservación (*phase matching conditions*)

El hecho de que un vértice exista en un lagrangiano no implica que corresponda a un proceso físicamente posible. El ejemplo más sencillo para esto es el vértice de QED que involucra un electrón, un positrón y un fotón. El hecho de que el fotón es una partícula no masiva hace que no exista ningún proceso en el que la interacción neta requiera sólo uno de estos vértices. Por ejemplo, el proceso $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$ no satisface las leyes de conservación y por ello no se da en la naturaleza. Con los vértices de la figura 2.1 ocurre lo mismo.

Para plantear las leyes de conservación para el proceso $\gamma \rightarrow \gamma + \gamma'$ se hará un tratamiento análogo al de la óptica no lineal. En óptica no lineal el proceso

$$\gamma_p \rightarrow \gamma_s + \gamma_i \quad (2.15)$$

en el que un fotón *pump* (de bombeo) γ_p decae en dos fotones γ_s (*signal*) y γ_i (*idler*) es implementado a diario en laboratorios para generar fuentes de fotones entrelazados. Este proceso se conoce como *spontaneous parametric down conversion* o SPDC por sus siglas. El SPDC es

un proceso bien conocido y caracterizado de naturaleza cuántica [10]. En el campo de la óptica no lineal se conoce como *phase matching conditions* a las leyes de conservación de frecuencia y vector de onda que rigen al SPDC. Explícitamente, para el proceso en (2.15) las condiciones de *phase matching exacto* requieren que [11, 12, 10, 13]

$$\begin{cases} \omega_p = \omega_s + \omega_i \\ \mathbf{k}_p = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i \end{cases} \quad (2.16)$$

Estas leyes son análogas a la conservación de energía y momento en el vacío, sólo que en este caso dentro de un medio². Para continuar el análisis se parametrizará cada uno de los vectores de onda en función de los ángulos θ_s y θ_i de acuerdo con lo indicado en la figura 2.2. Si se

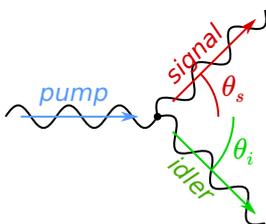


Figura 2.2: Esquema de un proceso de SPDC indicando los ángulos θ_s y θ_i utilizados para parametrizar los vectores de onda. En el caso de un proceso dSPDC todo es igual con excepción del fotón *idler* que es reemplazado por un fotón oscuro.

considera que el fotón *pump* se propaga en la dirección $\hat{\mathbf{z}}$ entonces se pueden expandir todos los vectores de onda del siguiente modo

$$\begin{cases} \mathbf{k}_p = k_p \hat{\mathbf{z}} \\ \mathbf{k}_s = k_s (\hat{\mathbf{z}} \cos \theta_s + \hat{\mathbf{x}} \sin \theta_s) \\ \mathbf{k}_i = k_i (\hat{\mathbf{z}} \cos \theta_i - \hat{\mathbf{x}} \sin \theta_i) \end{cases} \quad (2.17)$$

Reemplazando estas expresiones en (2.16) se obtiene

$$\begin{cases} k_p = k_s \cos \theta_s + k_i \cos \theta_i \\ k_s \sin \theta_s = k_i \sin \theta_i \end{cases} \quad (2.18)$$

A continuación se puede utilizar la relación de dispersión para relacionar cada k con el correspondiente ω . Si la no linealidad del medio es pequeña se puede utilizar la relación de dispersión típica para fotones

$$k = \frac{n\omega}{c} \quad (2.19)$$

²No queda del todo claro que las condiciones de *phase matching* sean exactamente las condiciones de conservación de energía y momento. Es claro que en el vacío lo son ya que allí $E \propto \omega$ y $\mathbf{p} \propto \mathbf{k}$. Sin embargo dentro de un medio esto podría no ser así. Existe un debate al respecto conocido como *controversia de Abraham-Minkowski* que tiene aproximadamente cien años de antigüedad y aún es vigente. Ver por ejemplo la referencia [14]. Además el proceso SPDC ocurre en el interior de un medio por lo que un estudio riguroso de las leyes de conservación debería contemplar al material no lineal como parte de la interacción.

donde n es el índice de refracción del medio y c la velocidad de la luz en el vacío. En el caso de un fotón oscuro se puede mostrar que si $\varepsilon \ll 1$ éste se propaga como una partícula masiva en el vacío (ver apéndice A). La relación de dispersión en este caso viene dada por

$$k = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \frac{m_{\gamma'}^2 c^4}{\hbar^2}}. \quad (2.20)$$

Se introducirá el parámetro α definido según

$$\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\omega_s}{\omega_p}. \quad (2.21)$$

Este parámetro está acotado a los siguientes intervalos

$$\begin{cases} 0 < \alpha < 1 & \text{para SPDC} \\ 0 < \alpha < 1 - \frac{m_{\gamma'} c^2}{\hbar \omega_p} & \text{para dSPDC} \end{cases} \quad (2.22)$$

debido a la conservación de la energía. Reemplazando estas expresiones en (2.18) se obtiene

$$\begin{aligned} \text{SPDC} &\rightarrow \begin{cases} n_p = n_s \alpha \cos \theta_s + n_i (1 - \alpha) \cos \theta_i \\ n_s \alpha \sin \theta_s = n_i (1 - \alpha) \sin \theta_i \end{cases} \\ \text{dSPDC} &\rightarrow \begin{cases} n_p = n_s \alpha \cos \theta_s + \sqrt{(1 - \alpha)^2 - \frac{m_{\gamma'}^2 c^4}{\hbar^2 \omega_p^2}} \cos \theta_i \\ n_s \alpha \sin \theta_s = \sqrt{(1 - \alpha)^2 - \frac{m_{\gamma'}^2 c^4}{\hbar^2 \omega_p^2}} \sin \theta_i \end{cases} \end{aligned} \quad (2.23)$$

para cada proceso. Aquí n_p, n_s y n_i son los índices de refracción para cada haz. Éstos pueden depender de varios factores como ser la frecuencia, el ángulo, etc. Durante este análisis se los dejará expresados como parámetros para no perder generalidad.

Se observa que las ecuaciones obtenidas para SPDC y para dSPDC son idénticas con la única excepción de la cantidad que acompaña al término correspondiente al ángulo θ_i . Es conveniente definir

$$\Xi \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} n_i (1 - \alpha) & \text{para SPDC} \\ \sqrt{(1 - \alpha)^2 - \frac{m_{\gamma'}^2 c^4}{\hbar^2 \omega_p^2}} & \text{para dSPDC} \end{cases} \quad (2.24)$$

de modo tal que las ecuaciones previas se pueden escribir de manera compacta

$$\begin{cases} n_p = n_s \alpha \cos \theta_s + \Xi \cos \theta_i \\ n_s \alpha \sin \theta_s = \Xi \sin \theta_i \end{cases} \quad (2.25)$$

para ambos procesos. Al despejar $\Xi \cos \theta_i$ en la primera ecuación, elevar ambas al cuadrado y

luego sumarlas se obtiene

$$\Xi^2 \left(\sin^2 \theta_i + \cos^2 \theta_i \right) = n_s^2 \alpha^2 \sin^2 \theta_s + (n_p - n_s \alpha \cos \theta_s)^2. \quad (2.26)$$

Utilizando la identidad $\sin^2 + \cos^2 = 1$ se obtiene finalmente

$$\cos \theta_s = \frac{n_p^2 + n_s^2 \alpha^2 - \Xi^2}{2n_p n_s \alpha}. \quad (2.27)$$

Para que exista una solución la cantidad de la derecha debe estar contenida entre -1 y $+1$:

$$-1 < \frac{n_p^2 + n_s^2 \alpha^2 - \Xi^2}{2n_p n_s \alpha} < 1. \quad (2.28)$$

La expresión previa es equivalente a las condiciones de *phase matching*. Esto impone restricciones en los índices de refracción y en consecuencia en los materiales que se requieren para que tenga lugar el proceso, tanto de SPDC como dSPDC. En la figura 2.3 se encuentran dos gráficas mostrando regiones del plano (n_s, n_p) que dan solución a la ecuación (2.27). Para obtener estos gráficos se utilizó $\alpha = \frac{1}{2}$ y se asumió que $n_i = n_s$ para SPDC. Cada uno de los gráficos es para un valor distinto de masa del fotón oscuro. El caso más favorable para dSPDC corresponde a aquel en que la energía cinética del fotón oscuro, $\propto \omega_i$, es mucho mayor que su masa en reposo, $\propto m_{\gamma'}$, es decir el gráfico de la izquierda. Se puede ver que incluso en este caso la región que admite solución para dSPDC es más acotada que la de SPDC. Por otro lado se observa que siempre que se den las condiciones para dSPDC también se darán las condiciones para SPDC. En conclusión el proceso de dSPDC es más restrictivo que el proceso de SPDC. Por otro lado los materiales que usualmente se emplean para implementar el proceso de SPDC (cristales BBO, LBO, KDP, etc.) están fuera de la región en la cual se cumple la condición de *phase matching* para dSPDC, tal como se ha indicado en el gráfico de la izquierda en la figura 2.3.

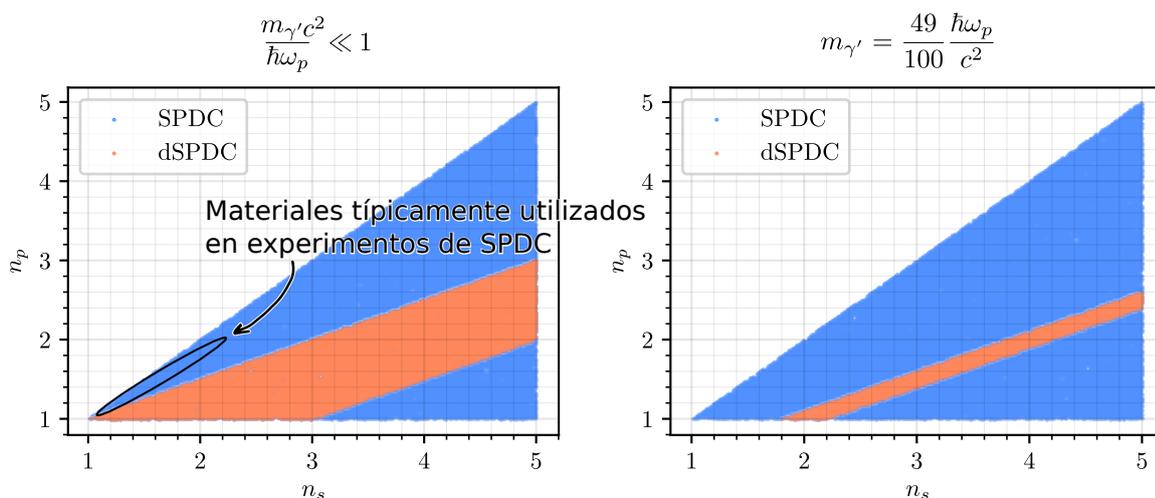


Figura 2.3: Valores de n_p y n_s resuelven la ecuación (2.28) para $\alpha = \frac{1}{5}$, $n_i = n_s$ y dos valores de masa de fotón oscuro. La búsqueda de soluciones se realizó por fuerza bruta en la región $n_s, n_p \in [0, 5]$.

2.3. La distribución de fotones

Para el proceso de SPDC la densidad de probabilidad por unidad de frecuencia angular y de ángulo sólido de los fotones *signal* e *idler* viene dada por [11]

$$\frac{d\mathbb{P}(\text{SPDC})}{d\omega_s d\omega_i d\Omega_s d\Omega_i} = \frac{\hbar\chi^2\omega_p\omega_s^3\omega_i^3n_s n_i}{4\pi^2c^7n_p A \cos^2\rho_s \cos^2\rho_i \cos^2\rho_p} \delta_D(\omega_s + \omega_i - \omega_p) f(\Delta\mathbf{k}) \quad (2.29)$$

donde

- n_s, n_i, n_p son los índices de refracción,
- $\chi^2 = \left| \boldsymbol{\chi}^{(2)} \cdot \hat{\mathbf{e}}_p \hat{\mathbf{e}}_s \hat{\mathbf{e}}_i \right|^2$ es el término cuadrático de la susceptibilidad del medio siendo $\hat{\mathbf{e}}$ los vectores unitarios de polarización de cada haz y $\boldsymbol{\chi}^{(2)}$ el tensor de susceptibilidad de segundo orden,
- ρ_s, ρ_i, ρ_p son los ángulos entre las velocidades de fase y de grupo,
- A es la sección efectiva de la muestra,
- y para una muestra de volumen V la función f es

$$f(\Delta\mathbf{k}) = \left| \int_V e^{-i\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3r \right|^2 \quad (2.30)$$

- con $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_p$.

En la mayoría de los casos prácticos los ángulos $\rho_s, \rho_i, \rho_p \approx 0$ lo cual implica que los cosenos del denominador son $\cos^2 \approx 1$ [11].

2.3.1. La distribución angular de fotones

A continuación se discutirá sobre la distribución angular de los fotones producidos en los procesos de SPDC y dSPDC. En primera instancia se podría pensar que el ángulo de emisión queda definido por (2.27). Este ángulo es el que satisface la condición de *phase matching exacta* y corresponde con la máxima emisión. Sin embargo en el proceso de SPDC también puede haber emisión con *phase matching inexacto* [11]. Esta característica hace que el ángulo de emisión de fotones quede distribuido en un continuo con una modulación en la intensidad.

A partir de (2.29) las cantidades que definirán la distribución angular son todas aquellas que puedan tener una dependencia con los \mathbf{k} 'es y con la polarización de los haces (puesto que la polarización es ortogonal al \mathbf{k}). Es decir que

$$p(\theta_s, \theta_i) \propto \chi^2 \frac{n_s n_i}{n_p} f(\Delta\mathbf{k}). \quad (2.31)$$

En lo que sigue se estudiará cómo el factor f modula la distribución angular y se harán algunos comentarios sobre el término χ^2 . La cantidad $\frac{n_s n_i}{n_p}$ no debería aportar una dependencia muy fuerte.

2.3.1.1. El término de *phase matching* f

Dada una geometría para la muestra del medio no lineal es posible especializar la expresión de f . En el caso de una muestra con forma de paralelepípedo con lados a , b y ℓ en las direcciones de los ejes cartesianos la expresión de f es, a partir de su definición,

$$f(\Delta \mathbf{k}) = \left(ab\ell \operatorname{sinc} \frac{\Delta k_x a}{2} \operatorname{sinc} \frac{\Delta k_y b}{2} \operatorname{sinc} \frac{\Delta k_z \ell}{2} \right)^2 \quad (2.32)$$

donde $\operatorname{sinc} x \equiv \frac{\sin x}{x}$. Considerando el caso de una muestra con una gran extensión en las direcciones perpendiculares a la propagación, i.e. tomando el límite $a, b \rightarrow \infty$, la expresión de f pasa a ser

$$f(\Delta \mathbf{k}) = \left(4\pi^2 \ell \delta_D(\Delta k_x) \delta_D(\Delta k_y) \operatorname{sinc} \frac{\Delta k_z \ell}{2} \right)^2. \quad (2.33)$$

Esta condición es la de una muestra formada por una lámina de material no lineal interpuesta de manera ortogonal en el camino del haz [11]. Se puede ver que en este caso las componentes transversales de $\Delta \mathbf{k}$ son nulas lo cual implica que k_x y k_y se conservan. Parametrizando los vectores de onda del mismo modo que en la eq. (2.17) ahora se tiene que

$$\begin{cases} \Delta k_z = k_s \cos \theta_s + k_i \cos \theta_i - k_p \\ k_s \sin \theta_s = k_i \sin \theta_i \end{cases}. \quad (2.34)$$

Siguiendo un procedimiento análogo al de la sección 2.2, i.e. reemplazando k por (2.19) o (2.20) según corresponda para un fotón ordinario o uno oscuro y utilizando las definiciones de α y Ξ dadas por las ecuaciones (2.21) y (2.24) respectivamente, se obtiene

$$\begin{cases} \Delta k_z = \frac{2\pi}{\lambda_p} (\alpha n_s \cos \theta_s + \Xi \cos \theta_i - n_p) \\ \alpha n_s \sin \theta_s = \Xi \sin \theta_i \end{cases}. \quad (2.35)$$

Esta expresión de Δk_z puede reemplazarse en (2.29) para obtener

$$p(\theta_s, \theta_i) \propto \operatorname{sinc}^2 \left(\pi \frac{\ell}{\lambda_p} [\alpha n_s \cos \theta_s + \Xi \cos \theta_i - n_p] \right). \quad (2.36)$$

La cantidad $p(\theta_s, \theta_i)$ es la densidad de probabilidad conjunta para la emisión de pares de fotones en SPDC. Sin embargo no cualquier par de ángulos está permitido, ya que debe satisfacerse la segunda igualdad en (2.35). Para tener en cuenta esta condición puede multiplicarse la expresión

previa por una función delta de Dirac:

$$p(\theta_s, \theta_i) \propto \text{sinc}^2 \left(\pi \frac{\ell}{\lambda_p} [\alpha n_s \cos \theta_s + \Xi \cos \theta_i - n_p] \right) \delta_D(\alpha n_s \sin \theta_s - \Xi \sin \theta_i). \quad (2.37)$$

Ahora sí la cantidad p es la densidad de probabilidad conjunta para los ángulos de emisión del fotón *signal* y el *idler*.

Ejemplo Dado que la expresión de $p(\theta_s, \theta_i)$ posee cierta complejidad, se considerará un ejemplo concreto que ayudará a entender cómo se distribuyen los fotones. Considérese $\lambda_p = 1 \mu\text{m}$, $\ell = 10 \mu\text{m}$, $n_s = n_i = 3$, $n_p = 2,3$ y $\alpha = \frac{4}{10}$ para un proceso de SPDC. Estos valores son poco realistas en la práctica, pero ayudarán a entender fácilmente cómo se distribuyen los fotones. La expresión en (2.37) puede graficarse como en la figura 2.4. Aquí el mapa de colores indica el valor del logaritmo de la función $\text{sinc}^2(\dots)$ y las líneas punteadas indican los puntos donde la función delta de Dirac es no nula. El par (θ_s, θ_i) con mayor densidad de probabilidad es el que corresponde con la intersección de la región más clara, donde $\text{sinc}^2(\dots) = 1$, con la línea punteada. Es decir $(\theta_s, \theta_i) \approx (50^\circ, 30^\circ)$. Cada par (θ_s, θ_i) que yace sobre las líneas punteadas tiene una densidad de probabilidad acorde al mapa de colores.

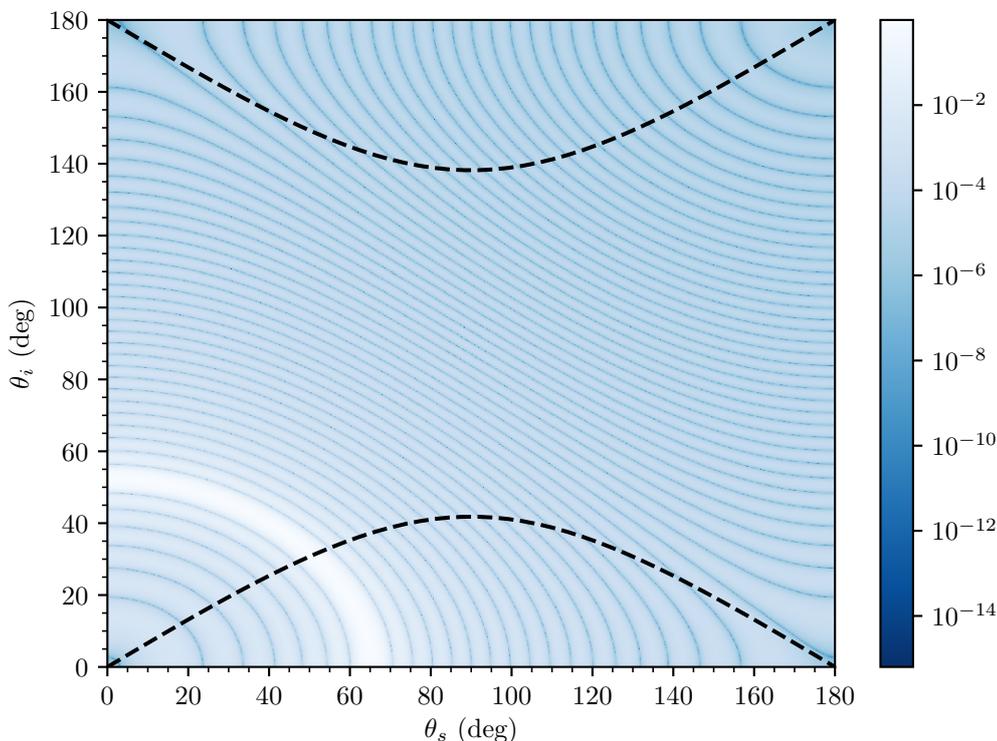


Figura 2.4: Gráfico de la expresión (2.37) para cierta elección de los parámetros para un proceso de SPDC. El mapa de colores es el término $\text{sinc}^2(\dots)$ mientras que las líneas punteadas indican las regiones en las que la función delta de Dirac es no nula.

En la figura 2.5 se han graficado las intensidades correspondientes a cada contribución, *signal* e *idler*, y también la intensidad total que surgen del gráfico en la figura 2.4. (Estas intensidades están normalizadas de modo tal que el pico máximo vale 1.) Se puede ver que la distribución de fotones de SPDC adopta, en el caso general, un patrón intrincado que tiene un pico máximo para cada componente (*signal* e *idler*) y una gran cantidad de máximos y mínimos secundarios a lo largo de todos los ángulos desde 0° hasta 180° .

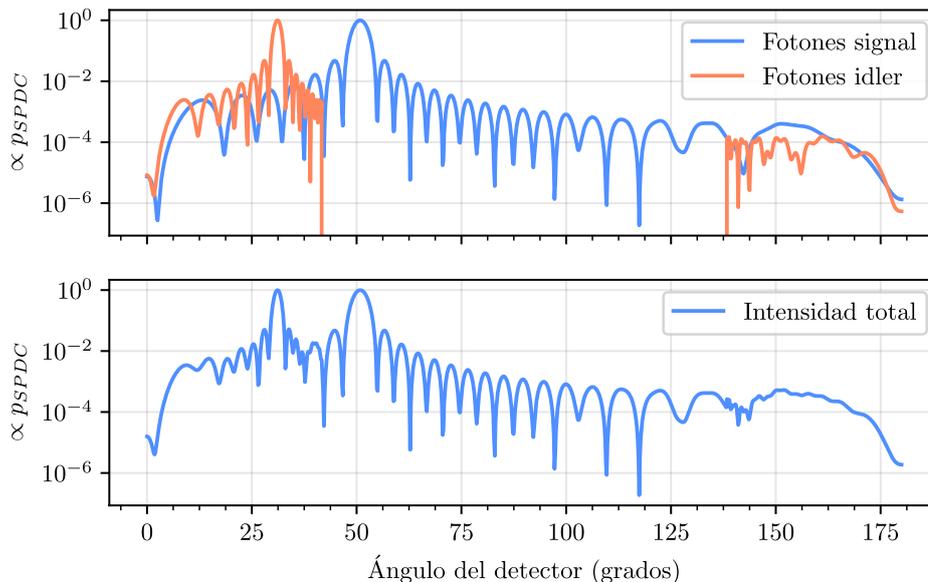


Figura 2.5: Distribución angular de fotones para un proceso SPDC que se obtiene según el gráfico de la figura 2.4. El gráfico superior muestra la distribución de fotones *signal* e *idler* por separado. El gráfico inferior muestra la suma de las dos contribuciones, i.e. el total de fotones.

El hecho de que eventos con ángulos mayores que 90° tengan una probabilidad no nula puede dar la sensación de que no se cumple la conservación de energía-momento ya que los fotones son emitidos “hacia atrás”. Sin embargo no debe olvidarse que el medio no lineal es parte de la interacción y un estudio riguroso de las leyes de conservación debería tener en cuenta su contribución.

La condición de *phase matching* La condición de *phase matching* exacto encontrada en (2.27) puede obtenerse a partir de la expresión de $p(\theta_s, \theta_i)$ en (2.37). La condición de *phase matching* implica que la emisión es máxima. Entonces el punto donde p alcanza su máximo debe satisfacer las condiciones de *phase matching exacto*. El máximo de p se alcanza cuando tanto el argumento de la función sinc como de la delta de Dirac son nulos. Es directo verificar que anular estos argumentos es exactamente lo que se encontró anteriormente en (2.25). Por lo tanto la condición de *phase matching* exacto es un caso particular en la distribución $p(\theta_s, \theta_i)$.

El término de *phase matching* para dSPDC

La expresión (2.37) se obtuvo para el proceso SPDC. Dado que en el camino sólo se realizaron consideraciones cinemáticas y dado que se conoce la cinemática de un fotón oscuro (ver apéndice A), es posible adaptar esta expresión fácilmente al caso de dSPDC. Basta con reemplazar Ξ por su expresión correspondiente para un fotón oscuro, dada en (2.24). En este caso $p(\theta_s, \theta_i)$ describe la distribución de ángulos para el proceso dSPDC. La interpretación es completamente análoga a la que se hizo en el ejemplo previo. La única diferencia es que ahora el fotón *idler* es oscuro, lo cual implica que el detector no lo puede ver y entonces la única señal que aportará a la intensidad medida es la del fotón *signal*.

Los factores de *phase matching*

Para este trabajo se definirán los *factores de phase matching* para SPDC y dSPDC de modo tal que la intensidad de fotones *observada* en un cierto ángulo sea proporcional a estos factores. En el caso de SPDC ambos productos de la reacción, *signal* e *idler*, son fotones del modelo estándar. Entonces el factor de *phase matching* para SPDC debe tener en cuenta el aporte tanto de *signal* como de *idler*. Es decir que

$$f_{\text{SPDC}}(\theta) = \left[\int d\theta_i \operatorname{sinc}^2 \left(\pi \frac{\ell}{\lambda_p} [\alpha n_s \cos \theta_s + \Xi \cos \theta_i - n_p] \right) \delta_D(\alpha n_s \sin \theta_s - \Xi \sin \theta_i) \right]_{\theta_s=\theta} + \dots \\ \dots + \left[\int d\theta_s \operatorname{sinc}^2 \left(\pi \frac{\ell}{\lambda_p} [\alpha n_s \cos \theta_s + \Xi \cos \theta_i - n_p] \right) \delta_D(\alpha n_s \sin \theta_s - \Xi \sin \theta_i) \right]_{\theta_i=\theta} \quad (2.38)$$

Véase que $f_{\text{SPDC}}(\theta)$ es exactamente la cantidad que se graficó en el segundo gráfico de la figura 2.5 etiquetado como *intensidad total*.

En cuanto al proceso de dSPDC el fotón *idler* es un fotón oscuro, en consecuencia no aportará intensidad en un detector de fotones. Es por ello que el *factor de phase matching* para dSPDC no tendrá en cuenta el aporte de fotones *idler* y será

$$f_{\text{dSPDC}}(\theta) = \left[\int d\theta_i \operatorname{sinc}^2 \left(\pi \frac{\ell}{\lambda_p} [\alpha n_s \cos \theta_s + \Xi \cos \theta_i - n_p] \right) \delta_D(\alpha n_s \sin \theta_s - \Xi \sin \theta_i) \right]_{\theta_s=\theta} \quad (2.39)$$

Siguiendo el mismo enfoque del ejemplo de SPDC presentado en la página 17, el proceso de dSPDC que se espera obtener en las mismas condiciones del ejemplo permite graficar la expresión (2.37) de la forma en que se muestra en la figura 2.6. Nuevamente el mapa de colores es proporcional al término $\operatorname{sinc}^2(\dots)$ mientras que las líneas punteadas indican los puntos en los que la función delta de Dirac es no nula. En el gráfico superior de la figura 2.7 se ha graficado la distribución de fotones *signal* e *idler* que se obtienen para esta configuración. Debido a que los fotones *idler* son fotones oscuros, los únicos fotones que aportarán intensidad en el detector

son los fotones *signal*. En el gráfico inferior de la figura 2.7 se graficó el factor $f_{\text{dSPDC}}(\theta)$ para esta configuración. Como se puede ver coincide con la distribución de fotones *signal*.

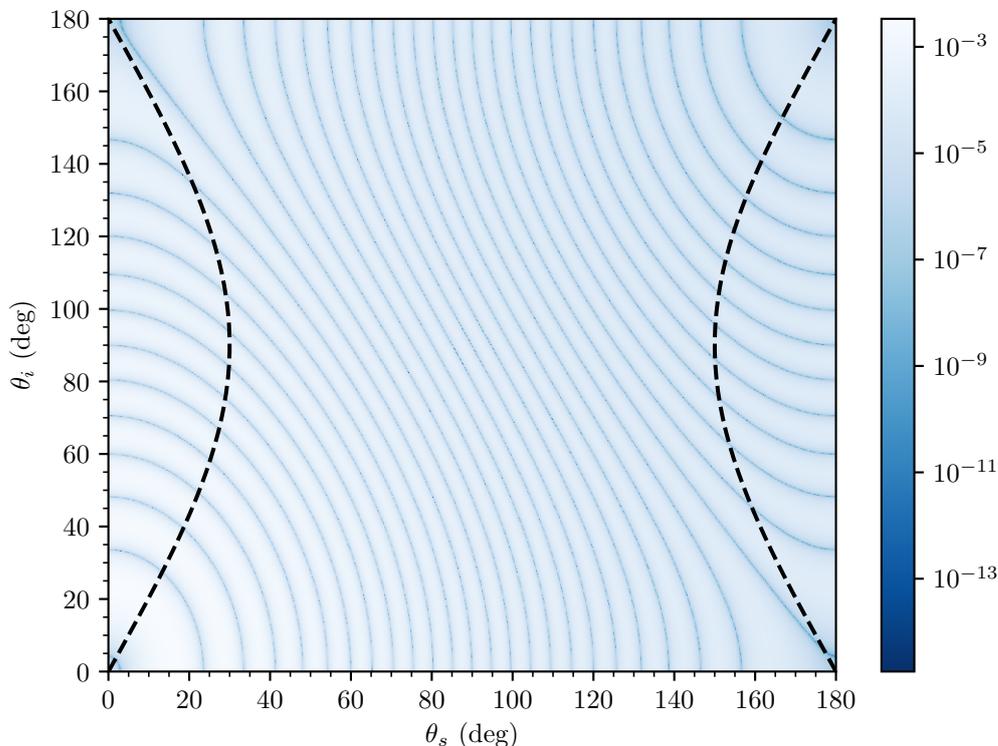


Figura 2.6: Gráfico de la expresión (2.37) para cierta elección de los parámetros para un proceso de dSPDC. El mapa de colores es el término $\text{sinc}^2(\dots)$ mientras que las líneas punteadas indican las regiones en las que la función delta de Dirac es no nula.

2.3.1.2. La susceptibilidad de segundo orden χ^2

La cantidad χ^2 sí podría introducir una dependencia importante en (2.31). Esta cantidad depende fuertemente de la composición del medio no lineal elegido. Un resumen detallado de las propiedades del tensor $\chi^{(2)}$ puede encontrarse en la referencia [15]. En el presente trabajo no se realizó un estudio exhaustivo de la dependencia de la distribución angular dada por este tensor ya que varía fuertemente con medio no lineal elegido y con la polarización de los haces. Este estudio puede ser muy complejo y excedió el tiempo del que se disponía en el presente trabajo. Sin embargo se puede estudiar cualitativamente cómo y por qué esta cantidad podría introducir una modulación, y cómo podría sacarse provecho de la polarización de los haces. Ésto último se discute en la sección 4.5.2.

Considérese el esquema presentado en la figura 2.8. Un haz de fotones *pump* horizontalmente polarizado incide sobre un medio no lineal. Este medio tiene un tensor $\chi^{(2)}$ tal que esta excitación

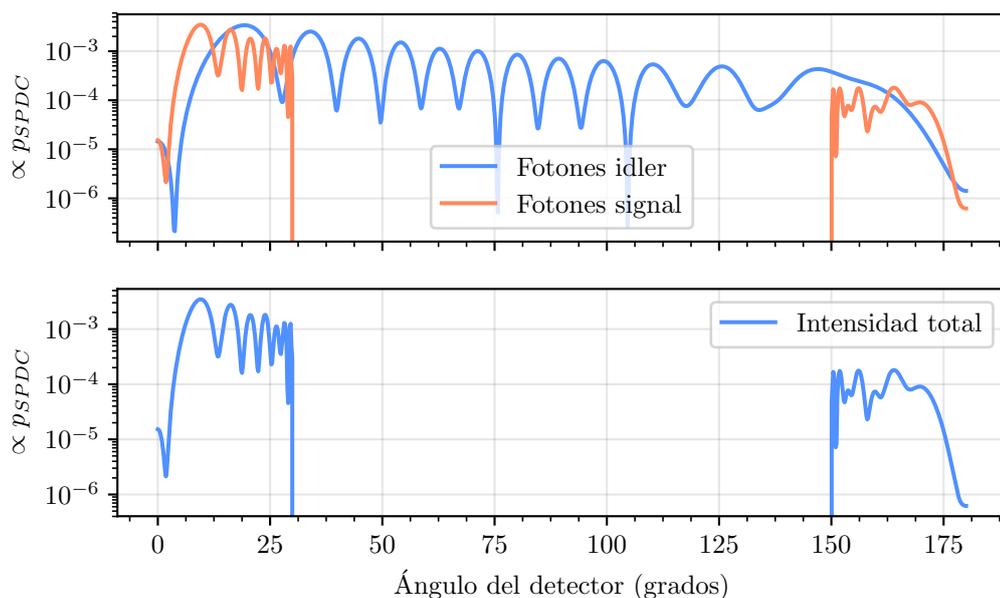


Figura 2.7: Distribución de fotones *signal* e *idler* que se obtiene para el proceso de dSPDC de la figura 2.6. El gráfico superior muestra la distribución de fotones *signal* y de fotones oscuros *idler*. El gráfico inferior muestra la intensidad esperada en un detector de fotones. Debido a que los fotones *idler* son fotones oscuros éstos no pueden ser detectados y en consecuencia sólo los fotones *signal* aportarán intensidad.

induce una oscilación de dipolos en la dirección vertical y esto produce una emisión de fotones *signal* (e *idler*) verticalmente polarizados. Para esta configuración simple es de esperar que $\chi^2 \sim \cos^2 \theta_s \cos^2 \theta_i$ ya que cuando $\theta = \frac{\pi}{2}$ no puede haber emisión.

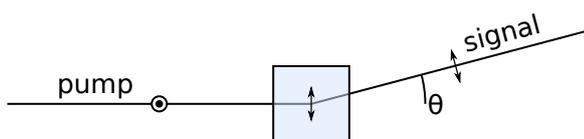


Figura 2.8: El haz *pump* incide sobre un medio no lineal con una polarización horizontal. La estructura del medio no lineal es tal que el tensor $\chi^{(2)}$ hace que la emisión de fotones *signal* sean polarizados verticalmente. Esto se debe a que un dipolo en el interior del material está oscilando de manera vertical.

En el caso más general la estructura del tensor $\chi^{(2)}$ determinará de manera precisa cuál es el factor correspondiente en función de las características del material y de la polarización de cada haz. Queda pendiente un estudio teórico detallado de estas características.

2.3.2. La distribución en energías

Dado un haz incidente con una frecuencia ω_p , la distribución en frecuencia de los fotones de SPDC que sigue de (2.29) es

$$p(\omega_s, \omega_i) \propto \chi^2 \omega_s^3 \omega_i^3 \frac{n_s n_i}{n_p} \delta_D(\omega_s + \omega_i - \omega_p) f(\Delta \mathbf{k}). \quad (2.40)$$

La no-linealidad del medio χ y los índices de refracción n_s, n_i y n_p pueden ser funciones de ω_p, ω_s y ω_i . Utilizando el parámetro $\alpha = \frac{\omega_s}{\omega_p}$ definido en (2.21) y usando $\frac{\omega_i}{\omega_p} = 1 - \alpha$ la expresión previa puede reescribirse como

$$p(\alpha) \propto \chi^2 \frac{n_s n_i}{n_p} \alpha^3 (1 - \alpha)^3 f(\alpha) \quad (2.41)$$

donde $f(\alpha)$ es la cantidad a la derecha de la igualdad en la ecuación (2.37).

Se observa que, sin importar de cuál sea la dependencia de χ, n_s, n_i, n_p y f con α , la distribución en frecuencias está modulada por el factor $\alpha^3 (1 - \alpha)^3$. En la figura 2.9 se ha graficado la función $\alpha^3 (1 - \alpha)^3$ para $0 < \alpha < 1$, normalizada de modo tal que en su punto máximo valga 1. Se puede ver que la mayor emisión se dará cuando $\alpha = \frac{1}{2}$ lo que equivale a que la energía del fotón *pump* se divida en partes iguales entre los fotones emitidos. A medida que la división de energía comienza a ser no equitativa la intensidad disminuirá. Obviamente esto es sin tener en cuenta posibles dependencias a través de las cantidades χ , los n y f . La presencia de este factor hace que no tenga sentido considerar reparticiones de energía muy dispares entre los fotones *signal* e *idler* ya que la emisión en estos casos se encuentra fuertemente atenuada.

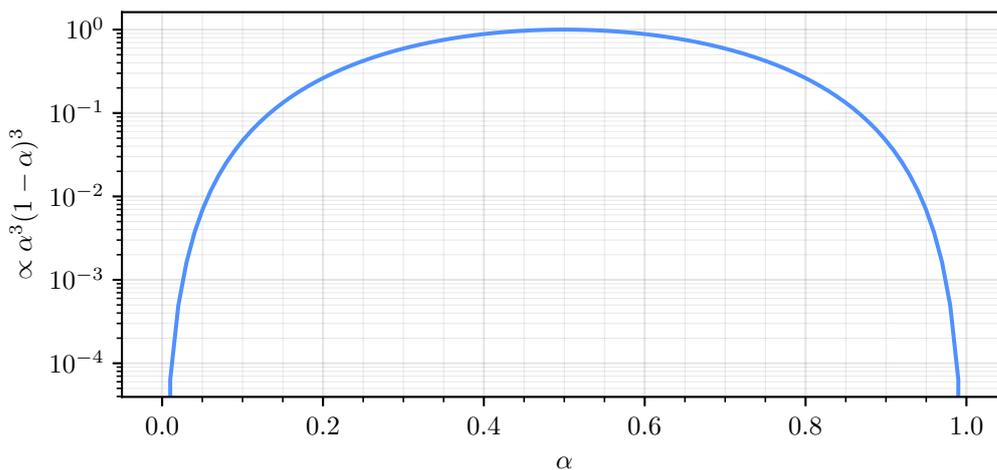


Figura 2.9: Distribución de intensidad como función del parámetro $\alpha = \frac{\omega_s}{\omega_p}$ para el proceso de SPDC. La función $\alpha^3 (1 - \alpha)^3$ se normalizó para que su máximo sea 1.

La distribución en frecuencias para dSPDC

En la distribución $p(\alpha)$ hallada en la ecuación (2.41) aparece la cantidad $n_i(1-\alpha)$ que, de acuerdo con la definición en (2.24), es Ξ_{SPDC} . Utilizando esta definición se puede generalizar la distribución $p(\alpha)$ a

$$p(\alpha) \propto \chi^2 \frac{n_s}{n_p} \Xi \alpha^3 (1-\alpha)^2 f(\alpha). \quad (2.42)$$

Si ahora se reemplaza Ξ por su expresión correspondiente para dSPDC se obtiene

$$p(\alpha) \propto \chi^2 \frac{n_s}{n_p} \alpha^3 (1-\alpha)^2 \sqrt{(1-\alpha)^2 - \frac{m_{\gamma'}^2 c^4}{\omega_p^2 \hbar^2}} f(\alpha). \quad (2.43)$$

Lo que se acaba de hacer es equivalente a reemplazar $\frac{n_i \omega_i}{c} \rightarrow k_i$ en (2.29) y luego utilizar la relación de dispersión del fotón oscuro.

Nuevamente la dependencia de χ y de los n 's con α podría ser totalmente arbitraria, sin embargo es interesante estudiar el comportamiento del término que se agregó. En la figura 2.10 se graficó la cantidad $\alpha^3 (1-\alpha)^2 \sqrt{(1-\alpha)^2 - \frac{m_{\gamma'}^2 c^4}{\omega_p^2 \hbar^2}}$. Como se puede ver para $\left(\frac{m_{\gamma'}}{\omega_p}\right)^2 \sim 0$ se recupera el caso del SPDC, como es de esperar. A medida que aumenta la masa del fotón oscuro y se vuelve comparable con la energía del fotón *pump* la distribución de α pasa a estar más acotada a valores pequeños. Esto es una consecuencia de la conservación de la energía ya que cuando $m_{\gamma'}$ crece parte de la energía del fotón *pump* debe utilizarse para crear esta masa. Al mismo tiempo disminuye la probabilidad para el proceso de dSPDC en términos absolutos.

Atención Se debe tener presente que el procedimiento adoptado en estos últimos párrafos para estudiar $p(\alpha)$ para el proceso de dSPDC carece de la rigurosidad que merece. Para obtener $p(\alpha)$ de manera rigurosa habría que calcular la amplitud del proceso de dSPDC utilizando las herramientas de la teoría cuántica de campos. Esta tarea excede el alcance del presente trabajo³.

³A lo largo de la tesis se estuvo trabajando en conjunto con el físico teórico Roni Harnik, quien forma parte de la colaboración, para encontrar de manera rigurosa una expresión análoga a (2.29) para el proceso dSPDC pero el trabajo aún no fue concluido. Sí se sabe con certeza que el factor de *phase matching* encontrado en (2.39) debería ser correcto.

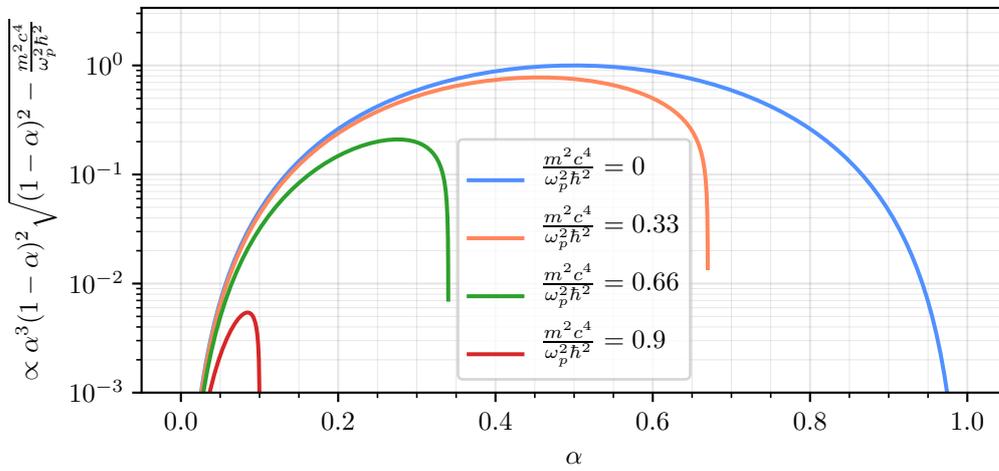


Figura 2.10: Distribución de intensidad como función del parámetro $\alpha = \frac{\omega_s}{\omega_p}$ para el proceso de dSPDC. Todas las curvas se normalizaron dividiendo por el factor $\frac{1}{26}$ de modo tal que la curva correspondiente a $\frac{m^2 c^4}{\omega_p^2 \hbar^2} = 0$ valga 1 en el máximo.

Capítulo 3

Una *versión de mesada* del experimento

Durante el desarrollo del trabajo se implementó una configuración experimental que permitió contrastar la teoría desarrollada en los capítulos previos con la práctica. En este capítulo se detallará la configuración implementada, se darán detalles sobre distintas problemáticas que se debió sortear, y también se discutirán los resultados obtenidos. Se hará una comparación de estos resultados con el modelo teórico desarrollado en el capítulo 2.



3.1. Descripción de la configuración experimental

En la figura 3.1 se encuentra un diagrama en bloques de la configuración implementada. Como se puede ver ésta está compuesta por un láser, encargado de proveer los fotones *pump*, a continuación la radiación atraviesa una serie de filtros, luego impacta contra el medio no lineal, en este caso un cristal BBO, donde se produce el proceso de SPDC y de dSPDC, a continuación otra serie de filtros y finalmente llega a un detector *skipper CCD*. La combinación particular de filtros utilizada para el experimento resultó ser de suma importancia. Más adelante se darán más detalles. En cuanto al detector *skipper CCD*, éste es similar a un CCD convencional pero con la diferencia de que la carga de cada píxel puede ser muestreada tantas veces como se desee [16]. En consecuencia el ruido de lectura de la imagen puede hacerse arbitrariamente bajo. Esto permite conocer prácticamente sin error el número de electrones que se almacenaron en cada píxel, ya sea en baja ocupancia 0, 1, 2, . . . como en alta ocupancia 1000, 1001, 1002, . . .



Figura 3.1: Diagrama en bloques de la configuración implementada en el laboratorio.

En la figura 3.2 se pueden ver fotografías de la configuración que se implementó. En la fotografía A hay una vista general de la configuración. Se puede apreciar una cámara oscura de color negro, implementada para reducir la incidencia de fotones provenientes del ambiente, la cámara de vacío dentro de la cual se encuentra el detector *skipper CCD*, y el controlador del láser sobre la mesada celeste. La fotografía B se tomó removiendo la cámara oscura. En ésta se ve una caja de menor tamaño y de color azul montada sobre una mesa más pequeña con graduación de posición. Dentro de esta caja azul se encuentra gran parte del sistema óptico. Finalmente, la foto C se tomó removiendo también la caja azul. Aquí se aprecia el sistema óptico que está compuesto por el láser, una serie de lentes y espejos, y el BBO. Además se puede ver la ventana de la cámara de vacío por donde la radiación ingresa hasta el detector.

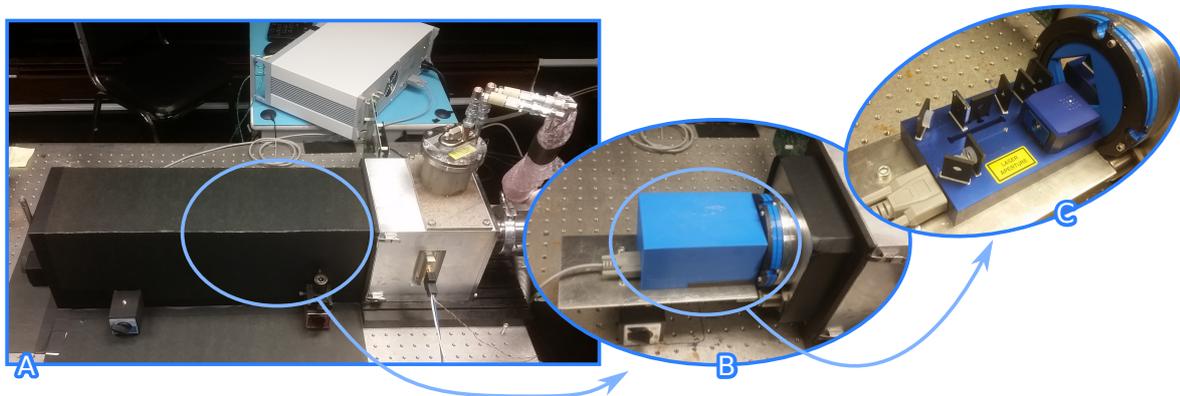


Figura 3.2: Fotografías de la configuración experimental. En la fotografía A se observa la configuración completa. Dentro de esta fotografía se puede ver la cámara oscura negra que fue construida para reducir el *background* de fotones provenientes del ambiente, la cámara de vacío donde se encuentra el detector *skipper CCD* y el controlador del láser en la mesada celeste. En la fotografía B se muestra el interior de la cámara oscura donde se encuentra el sistema óptico (cubierto por la caja azul, que se puede apreciar en más detalle en la figura 3.5) y la apertura de la cámara de vacío por donde la luz ingresa hasta el CCD. En la fotografía C se puede ver el sistema óptico en el interior la caja azul (más detalles en figura 3.3). También se ve la entrada a la cámara de vacío a través de otro filtro.

El sistema óptico que está en la fotografía C de la figura 3.2 es una parte de un sistema comercial fabricado por la compañía *qutools*, comercializado bajo el nombre de *quED*¹. El sistema que esta compañía ofrece está pensado para realizar experiencias con fotones entrelazados. El kit cuenta con una fuente de fotones entrelazados y un sistema que permite contar las coincidencias para así verificar la violación de la desigualdad de Bell, entre otras cosas. Esta fuente es implementada mediante un cristal no lineal BBO. En el presente trabajo se utilizó solamente el bloque correspondiente a la fuente de fotones entrelazados que incluye el kit. En la figura 3.3 se puede ver en detalle cada uno de los componentes de esta fuente. Como se puede ver esta fuente está compuesta por el láser, de 30 mW de potencia y 405 nm de longitud de onda, y una serie de

¹Ver el siguiente enlace para más información: <https://www.qutools.com/qued/>.

componentes ópticos adicionales. A nuestros fines el único componente óptico relevante es el cristal BBO, que es el medio no lineal donde los fotones *pump* producirán SPDC y dSPDC. Si bien este sistema óptico está optimizado para el propósito del kit comercial y no tiene flexibilidad para ser modificado, demostró ser de utilidad para los fines actuales. Luego de separar este módulo del resto de los componentes del sistema comercial, se lo montó sobre una plataforma a la cual se le puede ajustar fácilmente la posición sobre la mesa óptica como así también la altura. De este modo se lo pudo colocar y alinear fácilmente en frente del detector.

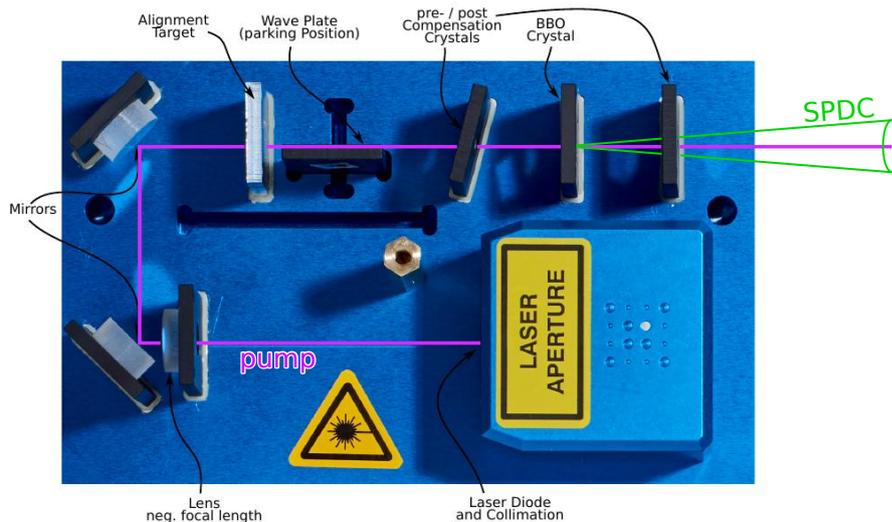


Figura 3.3: Detalle del sistema óptico que se encuentra en la fotografía más a la derecha en la figura 3.2, fabricado por la compañía *qutools*. (Imagen adaptada de [17].)

Adicionalmente se colocó un filtro de la compañía Asahi Spectra modelo 97SA de $810 \text{ nm} \pm 5 \text{ nm}$ de banda de paso en frente del detector. Este filtro es el que está montado “en diagonal” sobre una pieza azul en la fotografía C de la figura 3.2. Con este filtro se pretendió seleccionar, de todas las longitudes de onda provenientes del proceso de SPDC, aquella que corresponde a cuando la energía del fotón *pump* se divide en partes iguales para los fotones *signal* e *idler*. I.e., para un *pump* de 405 nm los fotones *signal* e *idler* de 810 nm corresponden a $\omega_s = \omega_i = \frac{1}{2}\omega_p$, lo que equivale a seleccionar el valor del parámetro $\alpha = \frac{1}{2}$ (definido en (2.21)).

Las pruebas iniciales se hicieron con este *setup*, la fuente de fotones entrelazados del sistema comercial, el filtro 97SA de Asahi Spectra, y el detector *skipper CCD*. Al tomar imágenes en estas condiciones, sin embargo, resultó imposible encontrar los fotones provenientes del proceso de SPDC. En cambio lo que se observaba era una gran cantidad de *background* junto con una parte del haz de fotones *pump* que lograba atravesar el filtro. Debido a esto se comenzó a realizar una serie de pruebas intercalando distintos tipos de filtros y obstáculos para tratar de reducir el *background* y poder capturar los fotones provenientes del proceso de SPDC.

Luego de una gran cantidad de pruebas con distintas configuraciones, finalmente, se logró cap-

turar en imágenes al anillo de SPDC en imágenes. En la figura 3.4 se observan los primeros resultados obtenidos. Se trata de una composición de cuatro imágenes en la que se puede ver el anillo de fotones del proceso SPDC como así también una región importante de fotones provenientes del haz *pump* que logró atravesar el filtro de 810 nm en el interior del anillo. Se debió realizar una composición de imágenes ya las dimensiones de los componentes y la configuración no permitieron reducir la distancia entre el cristal BBO y el detector CCD, y el anillo de SPDC resultó tener un diámetro excesivo en el plano del detector. Entonces se optó por mover en altura a la fuente de fotones entrelazados y capturar al anillo de SPDC por tramos.

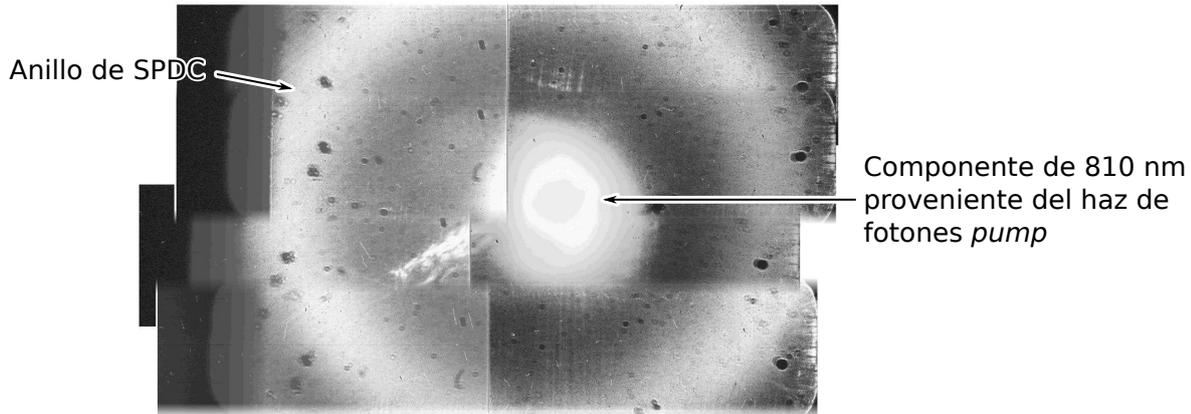


Figura 3.4: Composición de las primeras cuatro imágenes en las que se pudo detectar al anillo de SPDC. Se observa una componente de 810 nm del haz de fotones *pump* en la región central del anillo.

Los resultados de la figura 3.4 permitieron verificar que el anillo de SPDC se encontraba presente en el laboratorio, i.e. que en el sistema comercial se estaba produciendo, efectivamente, el proceso de SPDC. Habiendo verificado esto se decidió diseñar y fabricar una pieza especialmente adaptada a la situación. En la figura 3.5 se muestra la pieza diseñada (izquierda) y luego implementada (derecha) mediante la técnica de impresión 3D. Se utilizó una impresora 3D disponible en el laboratorio. La pieza fabricada se trata de una caja que en su interior posee tres compartimientos y además permite montar dos filtros. Las dimensiones de esta caja están adaptadas para poder ser colocada encima de la fuente de fotones entrelazados, tal como se observa en la fotografía B de la figura 3.2 donde esta pieza se encuentra montada. La función de los compartimientos internos es contener la radiación difusa que pueda producirse en cada etapa. En la figura 3.6 se ilustró la estructura interna de compartimientos que tiene esta caja. En el caso del compartimiento del láser se tomaron precauciones adicionales ya que la radiación difusa resultó ser muy intensa. Lo que se hizo fue colocar un recubrimiento interno hecho de una sola pieza de papel de aluminio y por encima de esto un recubrimiento con un material negro absorbente. Esto se observa en la fotografía de la derecha en la figura 3.5. De este modo la radiación difusa es rápidamente absorbida en el interior de este compartimiento y no puede escapar por las paredes. La función de los demás compartimientos es similar, sólo que la radiación difusa no es tan intensa como para requerir las precauciones mencionadas.

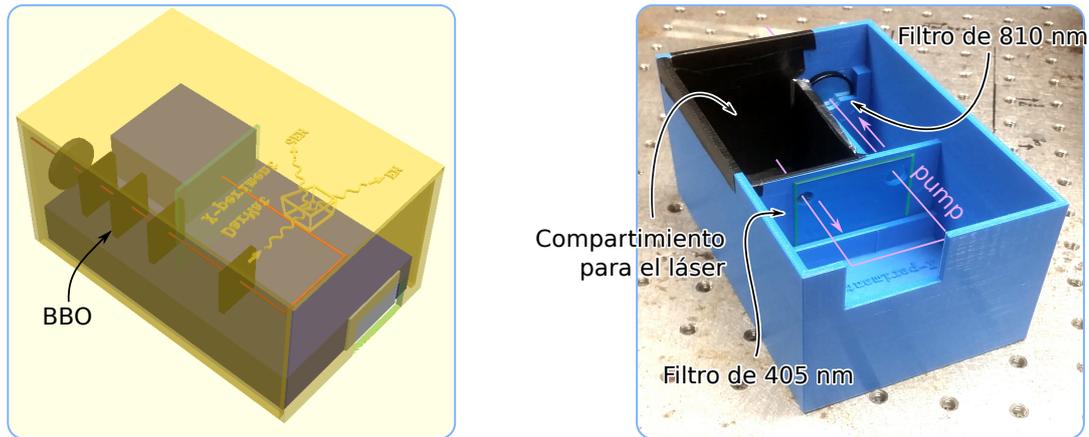


Figura 3.5: Pieza diseñada para reducir el *background* proveniente del láser. A la izquierda una captura de pantalla del programa *OpenSCAD* con el modelo 3D durante el diseño. A la derecha la pieza ya fabricada con los filtros montados.

Además de los compartimientos, la caja fabricada posee hendiduras especiales en las cuales se pueden montar dos filtros, como se indicó en las figuras 3.5 y 3.6. El primer filtro que se interpone en el camino de los fotones *pump* es un filtro Thorlabs FGB37 que deja pasar 405 nm y rechaza 810 nm. Gracias al gran tamaño de este filtro fue posible ubicarlo de modo tal que el haz lo cruza dos veces, como se ilustra en las figuras, duplicando así su efecto de filtrado. Este filtro se colocó pues, como se mencionó anteriormente, se detectó que el láser emite no sólo fotones de 405 nm sino también fotones de 810 nm (ver figura 3.4), los cuales interfieren con los fotones de 810 nm provenientes del proceso de SPDC. Estos fotones de 810 nm provenientes del láser son filtrados antes de llegar al cristal BBO donde se produce el SPDC. Finalmente se colocó en la salida de la caja azul un filtro Semrock Brightline LL01-810 de $810 \text{ nm} \pm 3 \text{ nm}$. Esto es para evitar que los fotones *pump* que logran atravesar el BBO (que son la mayoría) lleguen al detector. Las propiedades de este filtro son similares a las del filtro Asahi Spectra 97SA y, en conjunto con este último, provee una etapa adicional de filtrado.

En cuanto al detector, se utilizó, como ya se ha mencionado, un *skipper CCD*. Este tipo de detectores requieren estar en vacío y refrigerados para poder funcionar apropiadamente [18]. En la figura 3.7 se encuentra una fotografía de la cámara de vacío abierta en la que se puede ver el detector. El área activa que se ve en la fotografía tiene aproximadamente $14 \text{ mm} \times 56 \text{ mm}$ de superficie. Este fue el detector que se utilizó durante todo el trabajo.

La cámara de vacío se cerró con una tapa especial que tiene una ventana transparente. De este modo la radiación puede ingresar hasta el detector. En la figura 3.8 se puede ver la cámara de vacío cerrada con la ventana transparente. Además se añadió, en el interior de la cámara de vacío, un filtro de tipo ITO. Estos filtros rechazan longitudes de onda superiores a 1800 nm lo cual los hace apropiados para reducir la radiación térmica que proviene del ambiente. Además pueden ser enfriados, lo cual permitió montarlo en contacto térmico con la pieza de cobre que

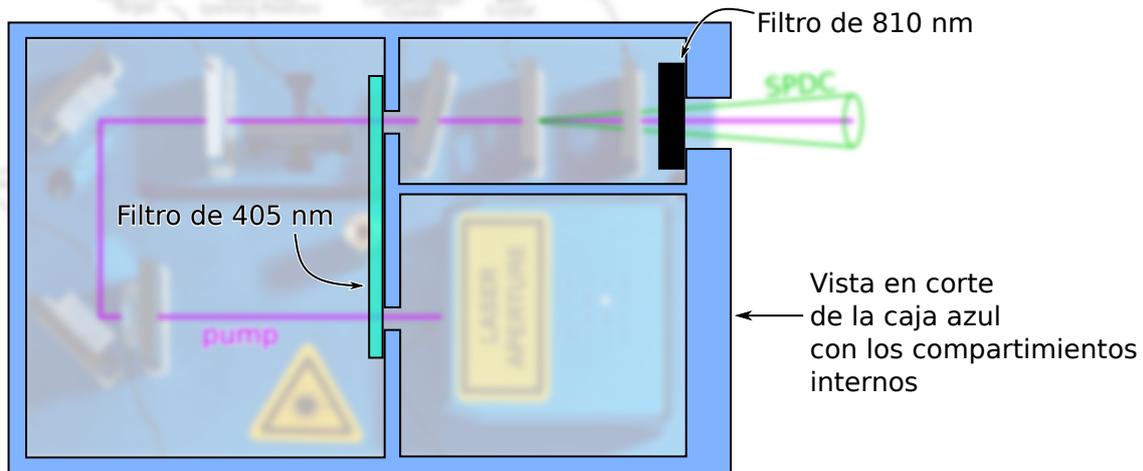


Figura 3.6: Detalle interno de los compartimentos de la caja azul fabricada. Se muestra cómo ésta (fig. 3.5) encastra con el resto del sistema (fig. 3.3). También se indican los filtros adicionales montados sobre la misma caja.

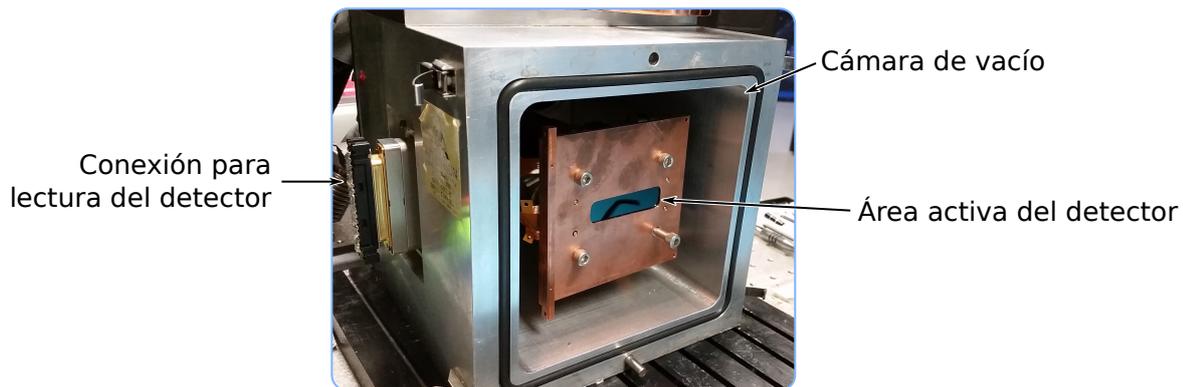


Figura 3.7: Fotografía de la cámara de vacío abierta (sin la ventana) en la que se puede ver el área activa del detector *skipper CCD*.

sujeta al detector, como se ve en la figura 3.8. De este modo no sólo filtra la radiación térmica del ambiente sino que tampoco emite nueva radiación gracias a estar frío.

El diagrama en bloques para esta configuración es el de la figura 3.9. En este diagrama se indicaron no sólo los componentes ópticos (filtros) sino también las barreras y divisiones que se describieron previamente. El láser está dentro de la primera cavidad de la caja azul. En la segunda cavidad se encuentra el filtro de 405 nm que es atravesado dos veces por la radiación (por eso se colocaron dos bloques de 405 nm). A continuación se alcanza la tercera cavidad donde se encuentra el BBO y el filtro de 810 nm. Aquí la radiación sale de la caja azul y se propaga por el interior de la caja negra hasta alcanzar el segundo filtro de 810 nm. Este filtro está en contacto con la ventana de la cámara de vacío en la que se encuentra el detector. Por último, la radiación atraviesa el filtro ITO, en contacto térmico con el detector, y llega al CCD.

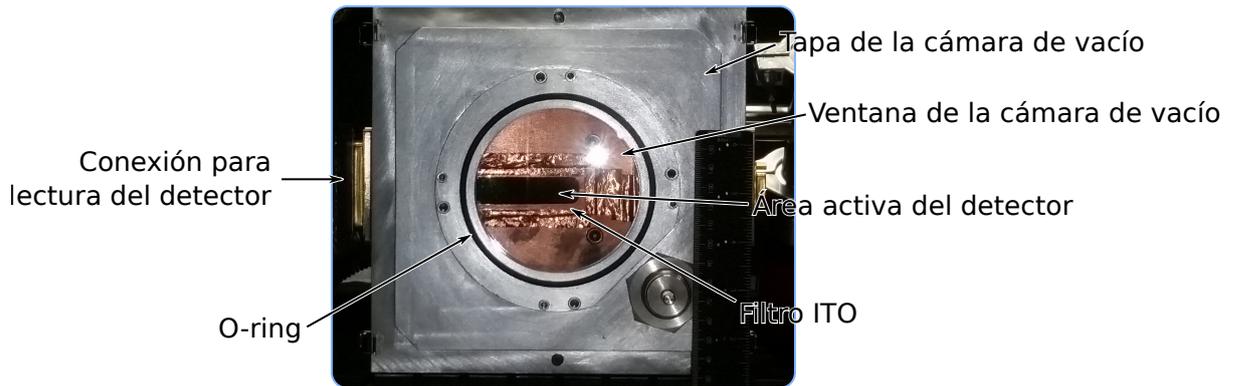


Figura 3.8: Fotografía del detector con la cámara de vacío cerrada en la que se puede ver la ventana. Además se ve el filtro ITO que se añadió en el interior de la cámara de vacío.

Toda la configuración se implementó en el interior de un cuarto oscuro que se encuentra en el laboratorio. De todas las configuraciones que se ensayaron, esta resultó ser la que produjo los mejores resultados.

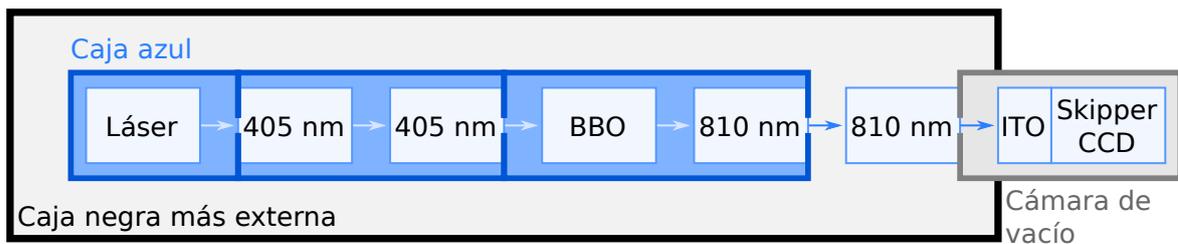


Figura 3.9: Diagrama en bloques del sistema que se utilizó para obtener los resultados que se presentarán más adelante, mostrando no sólo los elementos ópticos sino también las barreras y divisiones implementadas con las cajas negra (fig. 3.2) y azul (figs. 3.2, 3.3 y 3.5).

La comunicación con el detector y la toma de imágenes se realizó a través de una placa LTA. Se trata de una placa desarrollada por el grupo de trabajo en Fermilab específicamente para el control de detectores *skipper CCD*. Para facilitar la comunicación con la placa se desarrolló, en el marco de esta tesis, el paquete de Python *ltapy*. En el apéndice B se encuentra más información y referencia sobre este paquete.

3.2. Detectores CCD

Los detectores CCD son muy utilizados en experimentos de óptica. Consisten en un arreglo bidimensional de píxeles implementado típicamente sobre un substrato de silicio. Cada uno de estos píxeles forma un pozo de potencial con la capacidad de almacenar electrones o huecos, según el tipo de impureza que se añade al substrato. Los píxeles comienzan, inicialmente, vacíos, i.e.

sin portadores. Cuando una partícula ionizante atraviesa el substrato del detector ésta produce pares electrón-hueco que son colectados y almacenados en los píxeles. En la figura 3.10 se ilustra esto. Se muestra un arreglo de píxeles y un detalle en el que una partícula ionizante atraviesa el substrato de silicio y produce los portadores que luego son colectados por el píxel. La partícula ionizante puede ser un fotón, un electrón, un muón, etc. Si el recorrido de la partícula ionizante en el interior del substrato abarca más de un píxel, es posible trazar su recorrido. Típicamente los detectores CCD poseen del orden de 10^6 píxeles con un tamaño del orden de decenas de micrones de lado cada uno. El detector utilizado durante este trabajo posee 4×10^6 píxeles de $15 \mu\text{m}$ de lado distribuidos en una superficie de $14 \text{ mm} \times 56 \text{ mm}$.

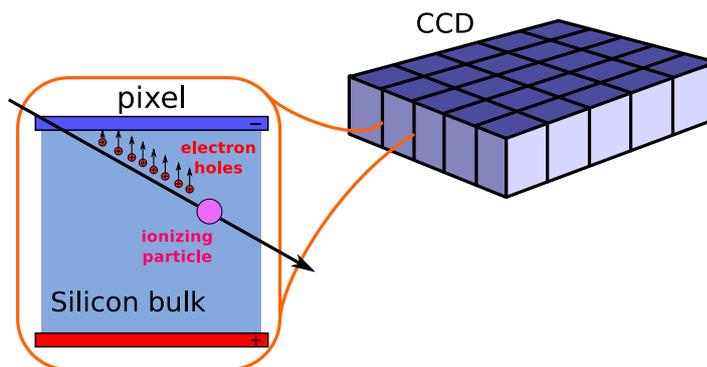


Figura 3.10: Diagrama cualitativo para explicar el funcionamiento de un CCD como detector de partículas.

3.2.1. La tecnología *skipper CCD*

Un detector *skipper CCD* es idéntico en casi todos los aspectos a un CCD convencional, y se diferencia de éste en que la carga acumulada en cada píxel puede ser leída de forma no destructiva tantas veces como se desee. Esto le confiere la habilidad de alcanzar muy bajos niveles de ruido de lectura, con la posibilidad de resolver individualmente cada electrón [16]. De este modo la cantidad de electrones acumulados en cada píxel puede conocerse con total precisión: $0, 1, 2, 3, \dots, 1001, 1002, 1003, \dots$ con una incerteza de $\pm 0,1 e^-$ (o mejor). La incerteza que se obtiene para la carga acumulada en un píxel depende del ruido de lectura y del número de veces que se lee cada píxel:

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{\text{readout}}}{\sqrt{\text{NSAMP}}} \quad (3.1)$$

donde σ_{readout} es el ruido de lectura, que depende de la electrónica, y NSAMP es el número de veces que se mide la carga en cada píxel. Si se supone un ruido de lectura típico de $5 e^-$ y se desea una incerteza $\sigma_i = 0,25 e^-$ entonces se requiere $\text{NSAMP} = 400$. Para tener en vista un ejemplo práctico, en la figura 3.11 se muestran dos histogramas realizados con los píxeles de un detector *skipper CCD*. A la izquierda se muestra el resultado cuando el área activa del detector no fue expuesta a ninguna fuente de ionización. Se puede ver que la gran mayoría de los píxeles están vacíos, i.e. con $0 e^-$ de carga. Se observa también que una pequeña fracción de píxeles están

poblados con un único portador ($1e^-$) y que una fracción prácticamente insignificante posee $2e^-$. Esto muestra que el detector *skipper CCD* tiene la capacidad de resolver los electrones de manera individual a baja ocupancia. En la el histograma de la derecha se observa la misma idea pero luego de que el área activa del detector fue expuesta a una fuente de luz. Como se puede ver en este caso los píxeles tienen una ocupación de alrededor de $777e^-$ cada uno. Aquí también el *skipper CCD* es capaz de resolver el número de electrones con total precisión.

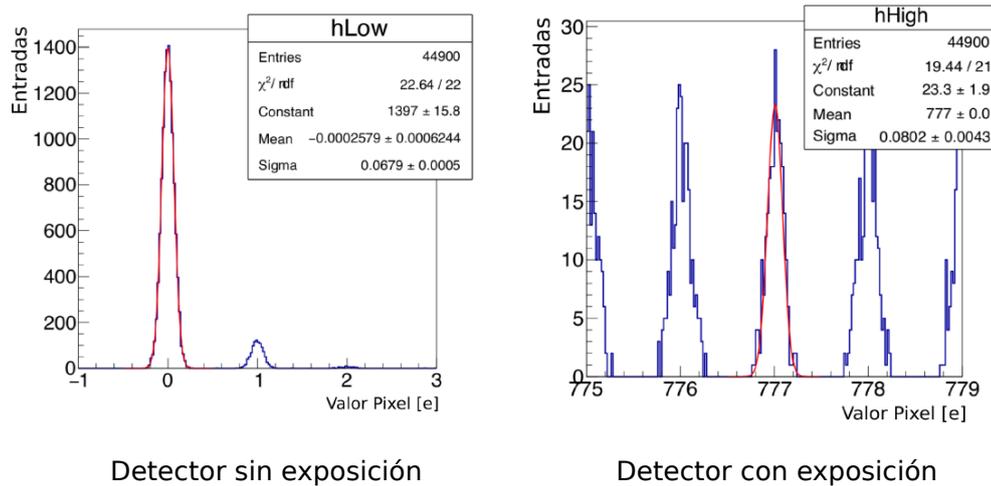


Figura 3.11: Histogramas realizados con el valor de carga en los píxeles de un *skipper CCD*. A la izquierda el caso en el que el detector no fue expuesto a una fuente de ionización. A la derecha luego de que el detector fue expuesto a una fuente de luz.

3.3. Procesamiento de las imágenes

Las imágenes que se leen a través del sistema de adquisición deben ser procesadas y acondicionadas antes de poder sacarse alguna conclusión. En esta sección se darán detalles sobre algunos de los procesos más importantes que se realizaron en cuanto al acondicionamiento de las imágenes antes de su uso.

Antes de seguir es conveniente detenerse un momento a observar una imagen *cruda* para entender lo que sigue. En la figura 3.12 se muestra un ejemplo de una imagen sin procesar. Esta imagen se obtuvo con una configuración distinta² a la descrita en la sección 3.1, pero para los fines actuales es igualmente válida. Sobre la imagen se indicó cuáles son las filas y cuáles son las columnas. Además se indicaron las siguientes regiones:

²Para obtener esta imagen se implementó una configuración similar a una cámara fotográfica en la que el detector se encuentra en una cámara oscura en la que la única entrada de luz es un pequeño orificio. De esta forma se pueden resolver imágenes de objetos distantes.

- **Nodo de lectura.** Es el punto por el cual se lee la información de los píxeles. A medida que la carga de los píxeles se va leyendo, la carga de los píxeles subsiguientes es transferida gradualmente hasta llegar al nodo de lectura. Toda la imagen se lee a través del nodo de lectura.
- **Área activa.** Es el área de silicio que contiene los píxeles. Estos píxeles pueden ser poblados por electrones dependiendo de la cantidad de luz (y otros tipos de radiación) que incide sobre ellos.
- **Overscan de columnas.** Es una región de la imagen que no está formada por píxeles que tengan una existencia física, sino que son píxeles con cero electrones producto de pedirle al sistema de lectura que lea un número de columnas mayor al número de columnas del área activa.
- **Overscan de filas.** Análogo al *overscan* de columnas pero cuando se le pide al sistema de lectura un mayor número de filas al existente en el área activa.

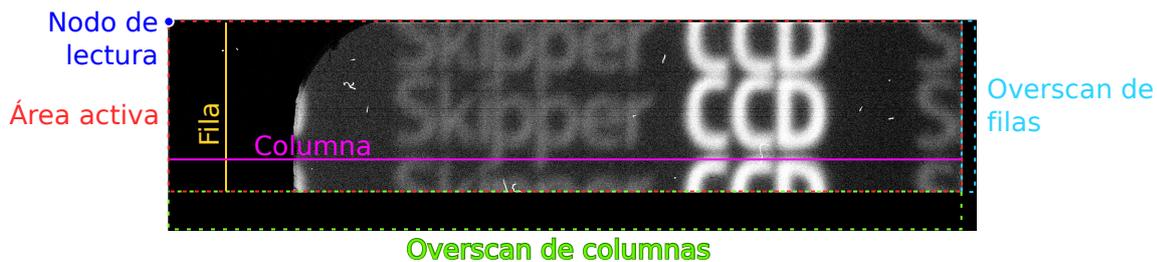


Figura 3.12: Descripción de las distintas partes de una imagen *cruda*. El área activa representa los píxeles que físicamente existen en la superficie del detector, son píxeles reales. El *overscan* de columnas son píxeles que no existen físicamente y se obtienen si se le pide a la electrónica que lea un número de columnas mayor al que tiene el área activa. Ídem para el *overscan* de filas.

3.3.1. El ajuste del cero

El sistema de lectura del detector posee un *offset*. Esto quiere decir que si un píxel posee un valor de carga nulo, el valor reportado en ADU no es cero sino que es un valor arbitrario. Este valor es más o menos estable en el tiempo, pero puede variar. Para poder conocer cuál es el valor del cero y descontarlo a cada píxel, se utiliza el *overscan* de columnas. Debido a que el *overscan* de columnas está compuesto por píxeles que no existen en el área activa, su contenido debería ser de $0e^-$. Entonces es posible promediar los píxeles en el *overscan* de columnas y luego restar este valor a los píxeles del área activa. Este procedimiento suele realizarse de manera independiente para cada fila, para así eliminar posibles fluctuaciones del cero durante el proceso de lectura. Para realizar esta tarea se escribió el *script* de Python *subtract_overscan.py* que es parte del repositorio *skipper-ccd-tools*. Para más referencias ver el apéndice B.

3.3.2. Calibración del detector

Al realizar una lectura de una imagen del CCD, la intensidad en cada píxel es provista en unidades de ADU (*analog to digital units*). Para el experimento se desea traducir el valor de ADU a cantidad de fotones que incidieron en cada píxel. Para esto es posible realizar una calibración. Los fotones de 810 nm tienen una energía de $\approx 1,5$ eV. Dado que la energía de *band gap* del silicio es de 1,1 eV, es de esperar que cada fotón de 810 nm promueva un único electrón a la banda de conducción, que será colectado en cada píxel de la CCD. Experiencia previa de los miembros del laboratorio indica que esto es así. Por lo tanto un fotón incidente en el detector se traduce en un electrón almacenado en un píxel.

En cuanto a la relación entre las unidades ADU y el número de electrones, el detector *skipper CCD* permite realizar una calibración absoluta gracias a su habilidad de contar el número de electrones uno a uno [16]. Para esto lo que se suele hacer es tomar distintas imágenes aumentando gradualmente la cantidad de luz que incide sobre el detector. De este modo el nivel de ocupación de cada píxel aumenta en cada imagen. Si se realiza un histograma con la intensidad de cada píxel se obtiene algo como lo que se muestra en la figura 3.13. Buscando la posición de los picos correspondientes a 0, 1, 2, ..., 1000, 1001, ... dentro de la escala de ADU es posible obtener esta calibración. La relación entre el número de electrones y el valor de ADU leído en cada píxel para

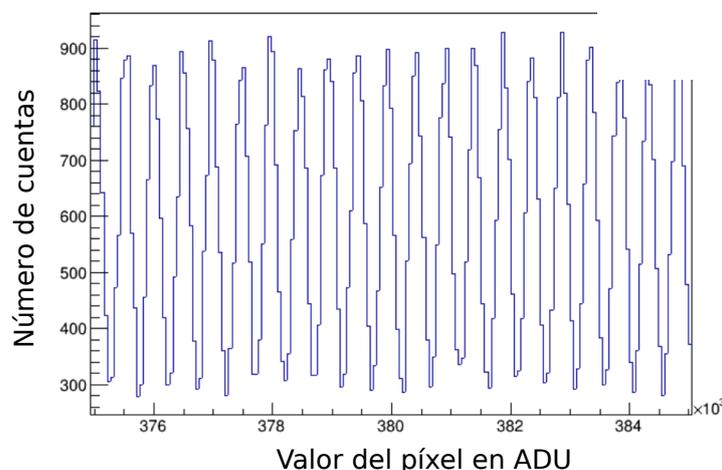


Figura 3.13: Histograma mostrando picos en ≈ 380 ADU. De acuerdo con la calibración de la figura 3.14 estos picos corresponden a $\approx 800 e^-$.

el detector utilizado durante este trabajo viene dada por

$$\#_{e^-} = \alpha x + \beta x^2 \quad (3.2)$$

con $\alpha = (20138 \pm 1) \times 10^{-7} \frac{e^-}{\text{ADU}}$ y $\beta = (323 \pm 1) \times 10^{-13} \frac{e^-}{\text{ADU}^2}$ y x el valor del píxel en unidades de ADU. En la figura 3.14 se encuentra un gráfico donde se ve el ajuste realizado sobre los datos.

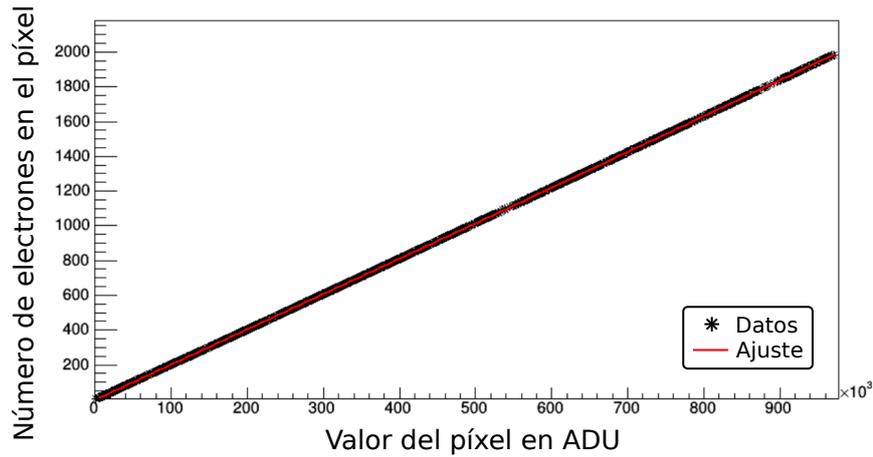


Figura 3.14: Curva de calibración del detector *skipper CCD* utilizado en este trabajo.

3.3.3. La remoción de rayos cósmicos

Cuando se lee una imagen de un detector *skipper CCD* es muy común observar eventos provenientes de rayos cósmicos y otros tipos de radiación. Estos eventos introducen un ruido indeseado en la imagen y deben ser removidos. Para ello se escribió un *script* de *Python* que realiza esta tarea de manera automatizada³. En la figura 3.15 se puede ver un ejemplo. En la imagen superior los eventos de rayos cósmicos aún no fueron procesados. En la imagen inferior el programa ha colocado una *máscara* de *NaN values* sobre cada rayo cósmico. De este modo ahora la imagen puede ser utilizada con la certeza de que los eventos de rayos cósmicos no serán un problema más que la reducción de la estadística.

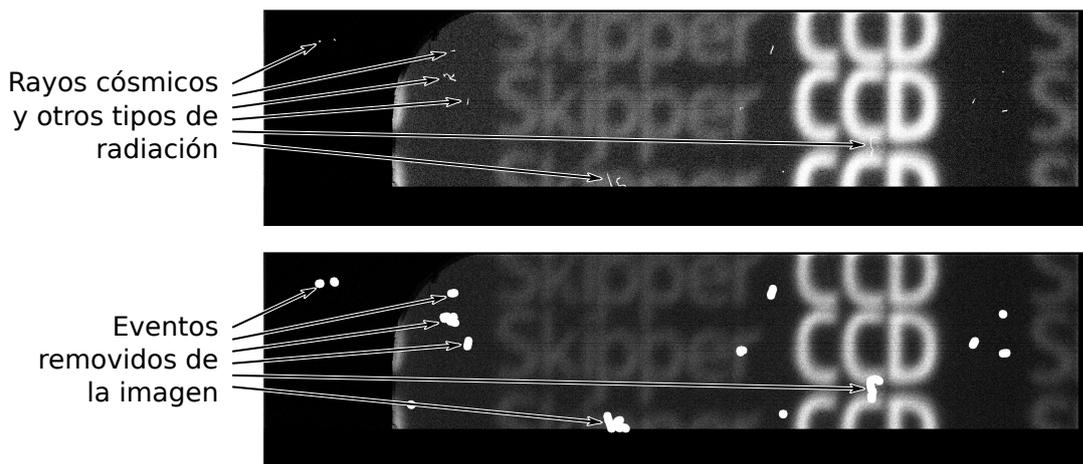


Figura 3.15: Remoción de eventos de rayos cósmicos y otros tipos de fenómenos no deseados. Para este ejemplo se exageró el tamaño de la máscara que remueve los eventos. Típicamente es más pequeña para eliminar la menor cantidad de píxeles posible.

³Este *script* puede encontrarse en el repositorio *skipper-ccd-tools* bajo el nombre de *mask_muons.py*, ver apéndice B para mayor referencia.

3.4. Resultados obtenidos

Utilizando la configuración descrita previamente (fig. 3.9) se pudo observar el característico anillo que se obtiene de los procesos de SPDC. En la figura 3.16 se pueden ver dos imágenes del anillo. A la izquierda una imagen sin procesar y a la derecha una imagen obtenida luego del procesamiento. Se puede ver que la imagen sin procesar posee los píxeles de *overscan* como así también una gran cantidad de rayos cósmicos. Para obtener estas imágenes se realizaron exposiciones de una hora. Debido al alto nivel de ocupación de los píxeles obtenido con estas exposiciones no fue necesario realizar un muestreo con la funcionalidad *skipper* del detector. Esto reduce ampliamente el tiempo de lectura de las imágenes lo cual se traduce en una menor cantidad de rayos cósmicos. Para obtener la imagen de la derecha en la figura 3.16 se utilizaron

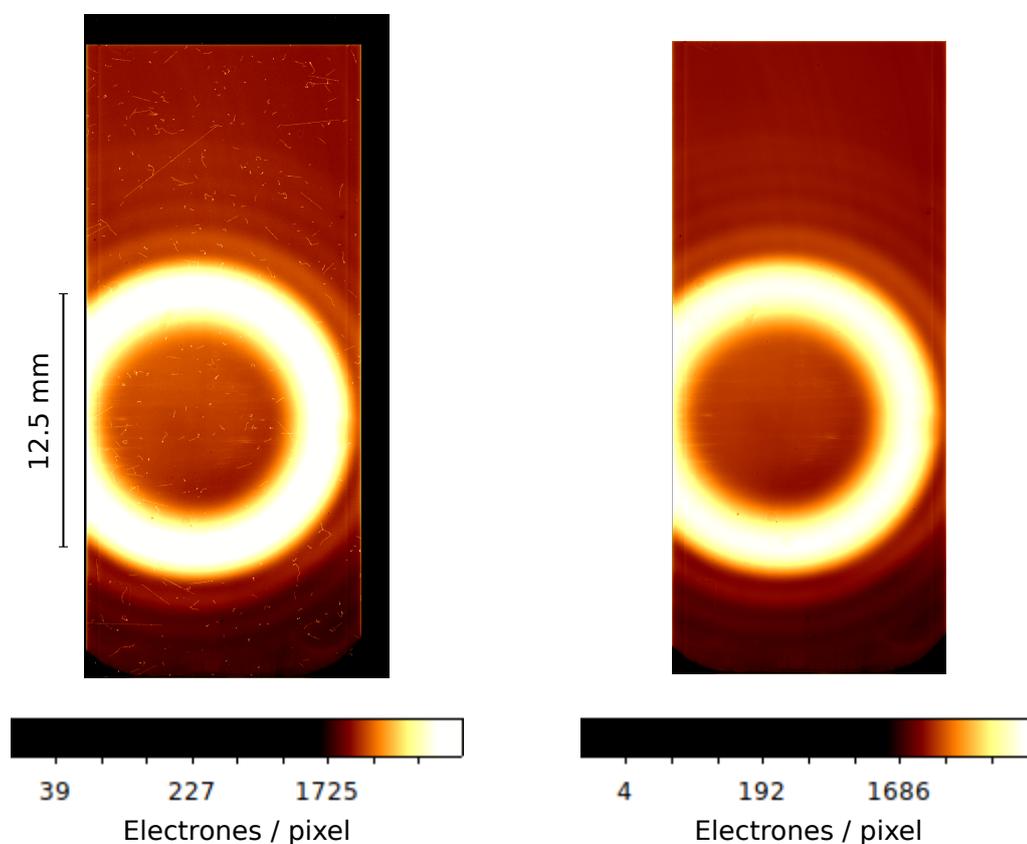


Figura 3.16: Fotografías del anillo del anillo de SPDC producido por el cristal no lineal BBO. A la izquierda una fotografía del anillo con una hora de exposición y sin procesar, se pueden ver muchas trazas de rayos cósmicos. A la derecha un promedio de 10 imágenes luego de que se les substrajera el *overscan* y se enmascararan los rayos cósmicos.

diez exposiciones de una hora, similares todas a la imagen de la izquierda. Sobre estas imágenes se realizó el acondicionamiento y procesamiento descrito en la sección 3.3, i.e. se ajustó el nivel del cero utilizando el *overscan* de columnas, se removieron los rayos cósmicos y se utilizó la calibración de ganancia para convertir las unidades ADU a número de electrones por píxel, que coincide con el número de fotones que incidieron. A continuación estas diez imágenes se

promediaron píxel a píxel para finalmente obtener la imagen a la derecha de la figura 3.16. Como se puede ver los rayos cósmicos fueron completamente eliminados. Esto es gracias al proceso de enmascarado en el que se reemplaza a los píxeles con rayos cósmicos por *NaN values* y luego el promedio se realiza ignorando, justamente, los *NaN values*. De este modo, la única posibilidad para que en la imagen final sobreviva un rayo cósmico es que en las diez imágenes halla incidido uno en los mismos píxeles, lo cual es esencialmente imposible. De todos modos, en este caso la imagen quedaría con un *agujero* de *NaN values* que sería fácilmente identificable.

3.4.1. Comparación del modelo con el experimento

Para realizar una comparación del modelo teórico con los datos del experimento se utilizó una expresión similar a la de la ecuación (4.14). Esta expresión modela el número de electrones en cada píxel como función de los parámetros dando una distribución aleatoria. El modelo utilizado viene dado por

$$N_i \sim \text{Poisson} \left(\frac{P_{\text{láser}} \lambda_p \Omega_i t \mu_{\text{SPDC}}}{hc} \left[f_{\text{SPDC}}(\theta_i) + \varepsilon^2 \left(\frac{m_{\gamma'} c \lambda_p}{2\pi \hbar} \right)^\kappa f_{\text{dSPDC}}(\theta_i) \right] + \mu_{\text{background}} \right) \quad (3.3)$$

donde todos los parámetros son los mismos que en la ecuación (4.14) y se ha añadido la constante $\mu_{\text{background}}$ para modelar un ruido de fondo homogéneo sobre la superficie del detector. En la figura 3.17 se encuentra una comparación de los datos experimentales (los datos experimentales provienen de la imagen a la derecha en la figura 3.16) y el modelo teórico dado por (3.3). Para generar la imagen correspondiente al modelo teórico, i.e. la imagen a la derecha en la figura 3.17 se simuló para cada píxel i , una muestra de una variable aleatoria con distribución poissoniana con la correspondiente distribución dada por 3.3. Los parámetros utilizados para generar las muestras fueron

- longitud de onda del láser $\lambda_p = 405$ nm,
- índice de refracción del *pump* en el medio no lineal $n_p = 1,55$,
- longitud de onda de los fotones *signal* e *idler* $\lambda_s, \lambda_i = 810$ nm (esto fija el parámetro $\alpha = \frac{1}{2}$),
- índice de refracción de los fotones *signal* e *idler* $n_s, n_i = \frac{n_p}{\cos 3^\circ}$,
- longitud del cristal no lineal $\ell = 285$ μm ,
- potencia del láser $P_{\text{láser}} = 20$ mW,
- tiempo de exposición $t = 3600$ s,
- probabilidad de SPDC $\mu_{\text{SPDC}} \equiv \mathbb{P}(\gamma_p \rightarrow \text{SPDC}) = 0,3 \times 10^{-9}$,
- ángulo sólido de los píxeles $\Omega_i = 1 \times 10^{-7}$,

- $\mu_{\text{background}} = 2400$,
- se consideró que el aporte del proceso de dSPDC es despreciable, i.e. $\varepsilon = 0$.

Todos estos parámetros son razonables dada la configuración experimental que se utilizó. Las longitudes de onda de cada uno de los haces están fijadas por el láser y por los filtros utilizados. La potencia del láser también es información conocida. El tiempo del experimento quedó determinado por el tiempo de exposición utilizado para tomar las imágenes y el ángulo sólido Ω_i se aproximó por una constante para todos los píxeles mediante consideraciones puramente geométricas. En cuanto a los parámetros del medio no lineal, ℓ , n_p , n_s , n_i y μ_{SPDC} , se utilizaron valores que resultaron razonables en función de la información disponible. El valor de n_p se tomó de la figura 4.2, y a partir de éste se eligieron n_s y n_i de modo tal que el ángulo θ que satisface la condición de *phase matching* es de 3° , que es el ángulo que se midió en la práctica. En cuanto a la longitud del cristal ℓ se varió hasta que la distancia entre máximos resultó coincidente con la observada en la práctica. Se solicitó información sobre las dimensiones del cristal BBO y su ángulo de corte al fabricante mas la respuesta no fue de gran utilidad. En cuanto al valor de μ_{SPDC} se utilizó un valor que está dentro de lo esperado (ver sección 4.1 para una breve discusión sobre los valores de μ_{SPDC} en la práctica).

A partir de la comparación de ambas imágenes en la figura 3.17 se puede ver que el modelo teórico parece dar una buena descripción de lo observado en la práctica. Con el fin de realizar un análisis más riguroso se comparó la distribución angular de intensidad observada con el modelo. En la figura 3.18 se encuentran los resultados. A la izquierda se indicó cómo se generaron los perfiles correspondientes a los datos. Se tomó una pequeña franja que se extiende desde el centro del anillo hacia los lados y se promedió en forma horizontal el valor de intensidad de los píxeles. Esto se realizó para dos regiones, una yendo desde el centro hacia la parte superior de la imagen y otra yendo desde el centro hacia la parte inferior. Ambos conjuntos de datos se graficaron en el gráfico que se encuentra a la derecha, en conjunto con el modelo. En rasgos generales se ve que el modelo da una buena descripción. Al mirar los detalles se observan discrepancias no menores considerando que se está buscando una señal pequeña correspondiente al proceso dSPDC. En particular lo que se observa es una componente no homogénea de *background*. Es fácil identificar esta componente ya que se espera que la distribución de intensidad tenga simetría en ϕ , y lo que se observa es que la curva naranja y la curva verde no coinciden. En particular esto es fácil de ver en regiones donde la intensidad de SPDC es baja, como en $\theta \approx 1,67^\circ$ y en $\theta \gtrsim 4$.

Existen diversos motivos por los cuales pudo haberse originado esta componente de *background* inhomogénea sobre la superficie del detector. En primer lugar existe la posibilidad de que la alineación de los elementos ópticos del sistema comercial (fig. 3.3) no sea óptima para los fines del trabajo actual. Además los componentes están fijos y su posición no puede ser modificada. Otra posibilidad es que se trate de radiación difusa que logra superar todas las barreras que se colocaron.

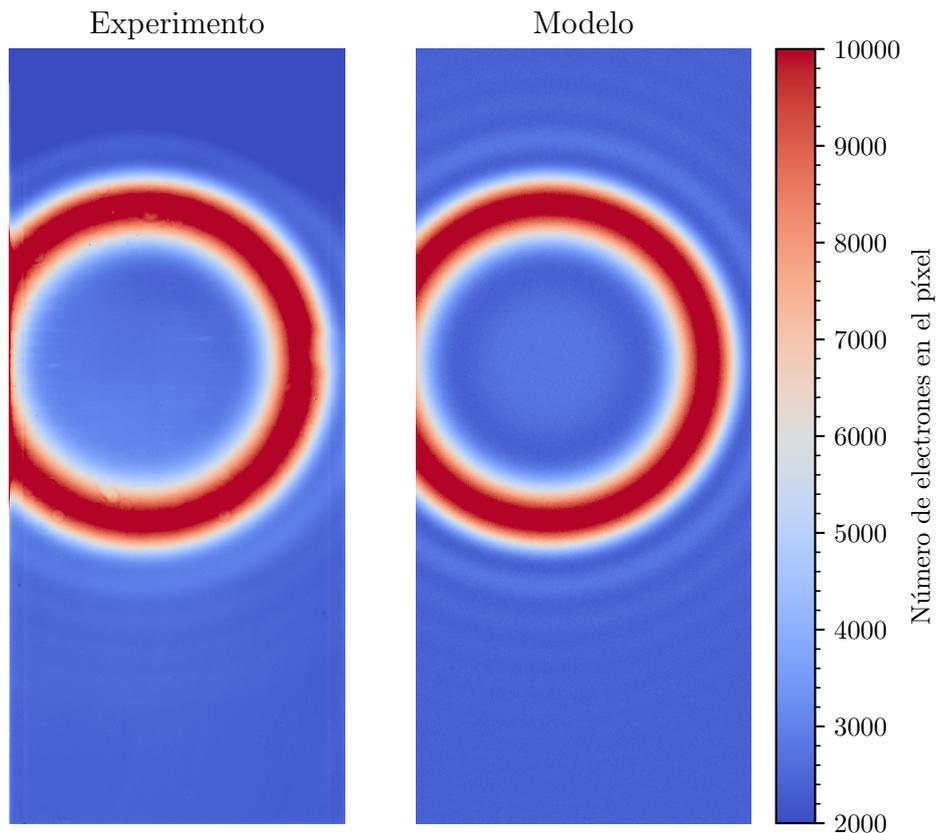


Figura 3.17: Comparación gráfica de los resultados obtenidos con el modelo teórico.

Por otro lado, para poder extraer alguna conclusión de estos resultados relacionada al proceso de dSPDC, primero es necesario conocer cuál es la señal que se busca. En el caso de la configuración que se implementó, los factores de *phase matching* (definidos en la sección 2.3.1.1) para los procesos de SPDC y dSPDC son los de la figura 4.3. Como ya se ha mencionado y como puede apreciarse en dicha figura, se puede ver que la condición de *phase matching* para SPDC se alcanza en $\theta \approx 3^\circ$ (lo cual coincide con los datos experimentales) y en el caso de dSPDC la condición de *phase matching* no se cumple. En consecuencia el medio no lineal utilizado no está optimizado para la búsqueda de dSPDC. De hecho podría decirse que está anti-optimizado ya que favorece ampliamente al proceso SPDC por sobre dSPDC en términos del *phase matching*. Si a esto se le añade la componente de *background* homogénea y la no homogénea, el resultado es que, sin necesidad de hacer algún análisis detallado, los límites de exclusión que se pueden poner en el espacio de parámetros ε y $m_{\gamma'}$ están ordenes de magnitud por encima de los que la comunidad científica logró poner hasta el momento. Esto no debería sorprender dado que esta configuración no se optimizó en lo más mínimo para el proceso dSPDC. Aún así los resultados obtenidos son de gran valor para la colaboración que se encuentra trabajando en el desarrollo de esta idea ya que una gran componente del *background*, el SPDC, está modelado y entendido.

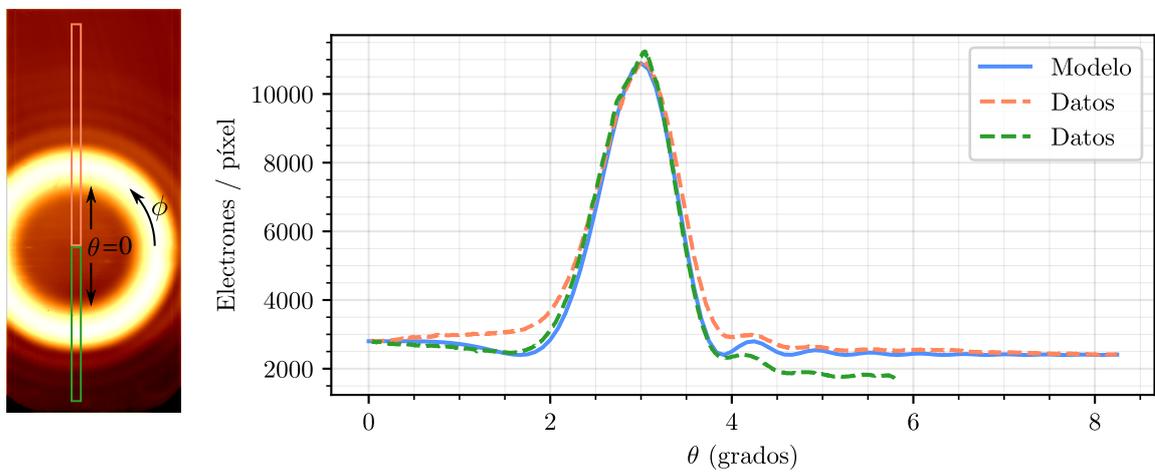


Figura 3.18: Perfil de intensidad de la imagen a la derecha de la figura 3.16. A la izquierda se muestra la imagen con indicaciones de dónde se tomaron los perfiles de intensidad. A la derecha los gráficos mostrando los dos perfiles, en teoría idénticos, y el modelo teórico superpuesto.

Capítulo 4

Sobre la implementación del experimento

En este capítulo se tratará la implementación del experimento desde un punto de vista general. Se aplicará el desarrollo teórico presentado en el capítulo 2 para entender cuál es la configuración óptima para el experimento. Se estudiará cómo elegir el medio no lineal en función de sus propiedades y también se discutirán distintos mecanismos que permiten implementar el proceso de dSPDC. Se discutirá qué tipo de detector es conveniente utilizar. Por último se realizará una estimación de los límites de exclusión que se pueden imponer con este experimento.



4.1. Consideraciones generales

En los capítulos previos se estudiaron las consideraciones teóricas que sustentan al experimento y que permiten modelarlo, y se presentó una configuración *de mesada* con la cual se dieron los primeros pasos. Ahora es posible diagramar de manera genérica el experimento para luego explorar cómo implementar de la forma más eficiente cada uno de los componentes.

En la figura 4.1 se puede ver un diagrama (cualitativo) en el que un haz de fotones *pump* incide sobre un medio no lineal. En este medio pueden pasar, en principio, tres cosas¹ con cada fotón *pump*:

1. El fotón logra atravesar el medio y salir inalterado por el otro extremo.
2. El fotón interactúa con el medio y decae en dos fotones (SPDC).

¹Siendo más rigurosos hay más posibilidades, por ejemplo podría ocurrir el diagrama $\propto \varepsilon^2$ de la figura 2.1. Sin embargo la probabilidad de este proceso es proporcional a ε^4 con lo cual será mucho menor que las demás.

3. El fotón interactúa con el medio y decae en un fotón y un fotón oscuro (dSPDC).

El orden en que se listaron estas tres posibilidades corresponde al que se espera que sea de más probable a menos probable. En situaciones típicas de laboratorio la probabilidad de que un fotón *pump* decaiga mediante SPDC es del orden [11, 17]

$$\mathbb{P}(\gamma_p \rightarrow \text{SPDC}) \sim 10^{-11}, 10^{-7}. \quad (4.1)$$

Los valores de esta probabilidad son tan bajos por el hecho de que es proporcional a χ^2 y como la no linealidad de medios típicos suele ser pequeña entonces la probabilidad también lo es. Si bien esta probabilidad puede parecer despreciable, no debe olvidarse que un haz láser de baja potencia en un laboratorio puede tener fácilmente del orden de $10^{16} \frac{\text{fotones}}{\text{segundo}}$ con lo cual no se debe esperar mucho tiempo antes de poder observar eventos de SPDC.

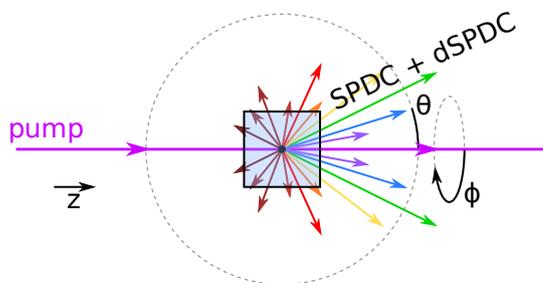


Figura 4.1: Diagrama genérico del experimento.

En cuanto al proceso de dSPDC es de esperar que sea menos frecuente que el de SPDC. El motivo es que, como se analizó en el capítulo 2, el acople del fotón oscuro con la carga electromagnética es $\propto \varepsilon$ y $\varepsilon \ll 1$. Entonces, prácticamente la totalidad de los fotones *pump* lograrán atravesar al material, una fracción pequeña, digamos, del orden de $\sim 10^{-9}$ decaerá en SPDC y una aún más pequeña, de orden $\sim \varepsilon^2 10^{-9}$, en dSPDC. Esto presenta un desafío adicional ya que el haz de *pump* será una importante componente del fondo, además de los fotones de SPDC. Deberá prestarse mucha atención a la radiación difusa proveniente del *pump*. Por más pequeña que sea, podría ser comparable con la señal que se pretende encontrar.

En cuanto a la detección de la señal, es necesario coleccionar fotones que se emiten, en principio, en todas las direcciones. Además estos fotones se distribuyen en un espectro continuo de energías. En consecuencia el detector ideal sería un detector 4π (es decir que cubra toda una esfera sólida alrededor del punto de emisión) con resolución espacial y en energía. Sin embargo se debe tener en cuenta que la intensidad con que se emiten fotones *signal* en cada dirección no es la misma. De hecho, de acuerdo con lo estudiado en la sección 2.3, la distribución de fotones *signal* se encuentra fuertemente modulada tanto en ángulo de emisión como en energía. Esta modulación es muy dependiente del medio no lineal elegido.

4.2. El medio no lineal

El medio no lineal desempeña un papel crucial en el experimento por ser el encargado de la producción de pares fotón-fotón oscuro. Dado que ambos procesos SPDC y dSPDC tienen una naturaleza similar, materiales favorables para SPDC también lo serán para dSPDC. Sin embargo, como se vio en la sección 2.2, el proceso de dSPDC es más restrictivo que el proceso de SPDC con lo cual no cualquier material apto para SPDC será de utilidad en este experimento. Las condiciones más favorables para un buen material son

1. que tenga un coeficiente de polarizabilidad cuadrática $\chi^{(2)}$ lo más alto posible, de modo tal que la tasa de producción de eventos sea alta, y
2. que satisfaga las condiciones necesarias para que se dé el *phase matching* de dSPDC, para maximizar la producción de fotones oscuros.

En esta sección se harán algunos comentarios sobre distintos mecanismos presentes en materiales que permiten alcanzar la condición de *phase matching*. La decisión final sobre qué material específicamente es conveniente utilizar como medio no lineal no se tomará en este trabajo, pero sí se dejarán sentadas las bases para en un futuro tomar esta decisión. Los mecanismos para lograr el *phase matching* que se analizarán son dos

1. *phase matching* por birrefringencia y
2. *phase matching* a través de un índice de refracción anómalo.

El primer mecanismo es el más común en experimentos de óptica no lineal. El segundo mecanismo no suele utilizarse pero presenta potenciales ventajas para el proceso de dSPDC.

4.2.1. Materiales birrefringentes

El material más utilizado en experimentos de SPDC es *beta barium borate* (BBO), seguido por *potassium dideuterium phosphate* (KDP) y *lithium triborate* (LBO) [19, 13, 20, 12]. Estos materiales, además de ser no lineales, tienen un elevado nivel de birrefringencia, y la condición de *phase matching* (2.28) se satisface explotando esta propiedad. Si el cristal es cortado de la forma correcta y la polarización de los haces *pump*, *signal* e *idler* es elegida apropiadamente, la eq. (2.28) puede satisfacerse.

Para entender este mecanismo de birrefringencia se puede considerar un ejemplo práctico. Consideremos valores numéricos similares a los disponibles en la configuración experimental que se implementó en el capítulo 3. Esto es, una fuente de fotones de 405 nm que inciden sobre un

cristal BBO y a continuación un filtro de 810 nm, de modo que los fotones *signal* e *idler* poseen 810 nm de longitud de onda. En la figura 4.2 se encuentra un gráfico del índice de refracción para este tipo de cristal. Este gráfico cuenta con dos curvas para cada una de las componentes de polarización, característica que define a los materiales birrefringentes. Sobre el mismo gráfico se han indicado las longitudes de onda e índices de refracción correspondientes a cada uno de los haces que conforman el proceso de SPDC. Para verificar que se satisfacen las condiciones de *phase matching* se debe calcular la cantidad de la ecuación (2.28). Para el proceso SPDC $\Xi = n_i (1 - \alpha)$ de acuerdo a la definición en (2.24) y para este ejemplo en particular $\alpha = \frac{1}{2}$ según la definición en (2.21) y las longitudes de onda elegidas. Entonces

$$\left[\frac{n_p^2 + n_s^2 \alpha^2 - \Xi^2}{2n_p n_s \alpha} \right]_{\text{SPDC}} \approx \frac{(1,55)^2 + (1,65)^2 \frac{1}{2^2} - (1,65)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2}{2 \times 1,55 \times 1,65 \times \frac{1}{2}} = 0,9393 \dots \quad (4.2)$$

con lo cual se verifica que esta cantidad está acotada entre ± 1 . De esta forma se verifica que el BBO es apto para experimentos de SPDC. (Los índices de refracción verdaderos en realidad no son los que se utilizaron para el cálculo sino que además dependen de la forma en que se corta el cristal, la polarización de los haces y su dirección de propagación. Los índices de refracción que realmente aplican a cada haz deben calcularse utilizando la ecuación de Fresnel [12]. Esto no afecta a la característica que tiene el BBO para emplearse en experimentos de SPDC, sólo alterará los detalles del experimento.)

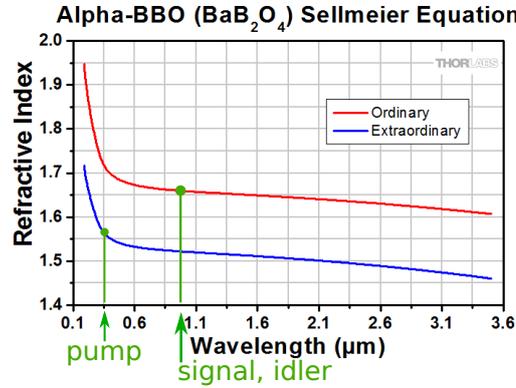


Figura 4.2: Índice de refracción para el cristal BBO (tomado de www.thorlabs.com). En verde se ha indicado la longitud de onda y el índice de refracción para los fotones *pump*, *signal* e *idler*.

Consideremos ahora el caso para el proceso de dSPDC con las mismas condiciones que en el ejemplo del párrafo anterior. La única diferencia está en la expresión de Ξ . El caso más favorable es cuando $\frac{m_{\gamma'}}{\omega_p} \rightarrow 0$. En estas condiciones

$$\left[\frac{n_p^2 + n_s^2 \alpha^2 - \Xi^2}{2n_p n_s \alpha} \right]_{\text{dSPDC}} = \frac{(1,55)^2 + (1,65)^2 \frac{1}{2^2} - \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2}{2 \times 1,55 \times 1,65 \times \frac{1}{2}} \approx 1,205 \dots \quad (4.3)$$

de modo tal que se verifica que no es posible satisfacer las condiciones de *phase matching* para

el proceso de dSPDC. Esto no impide que ocurra el proceso de dSPDC con *phase matching* inexacto, pero lo vuelve mucho más ineficiente. Los demás cristales típicamente utilizados para experimentos de SPDC tienen similares índices de refracción, con lo cual tendrán el mismo problema para la producción de fotones oscuros. La diferencia de índices de refracción que se obtiene por birrefringencia en materiales usuales no es suficiente para lograr *phase matching* para dSPDC. Debería ser mayor.

Para tener una idea del precio que se paga por no poder satisfacer las condiciones de *phase matching* se puede comparar el *factor de phase matching* para SPDC y para dSPDC, dado por las eqs. (2.38) y (2.39) respectivamente, para los valores numéricos en consideración. En la figura 4.3 se muestra la modulación esperada para ambos procesos con un BBO como el de el presente ejemplo. (Los índices de refracción para cada haz se eligieron de modo tal que produzcan un *phase matching* como el obtenido experimentalmente en la aplicación del capítulo 3.) Tal como puede apreciarse el *factor de phase matching* para dSPDC es aproximadamente seis órdenes de magnitud más chico que el de SPDC. Esto quiere decir que la configuración en cuestión favorece al proceso de SPDC mientras que penaliza al proceso de dSPDC.

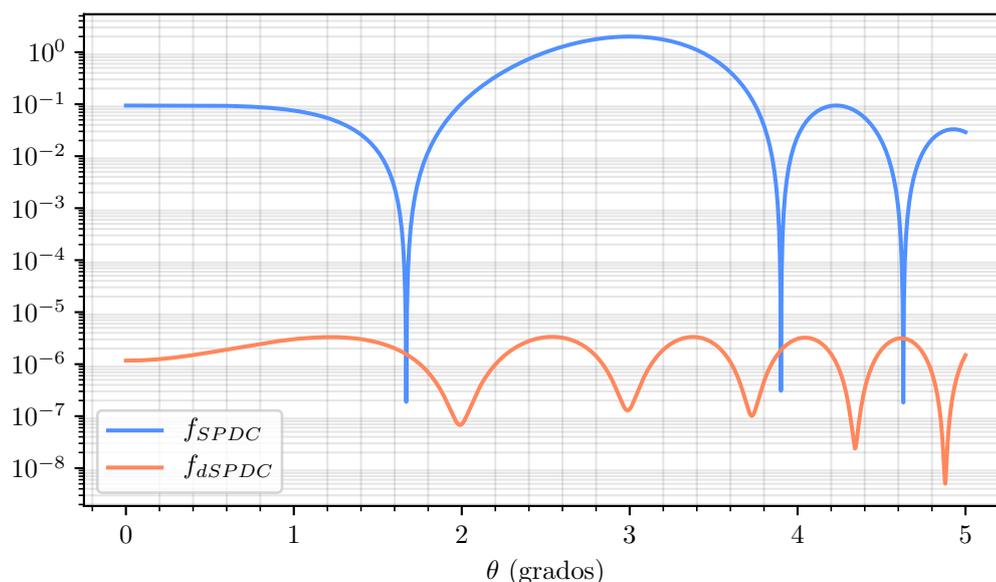


Figura 4.3: Gráfico del factor de *phase matching* (definido en la sección 2.3.1.1) que modula la detección de fotones para los procesos de SPDC y dSPDC en el ejemplo con un BBO. Este gráfico es el mismo que el segundo de la figura 2.5 sólo que ahora, además, se graficó también el aporte de la señal de dSPDC.

4.2.2. Materiales con índice de refracción anómalo

Existe otro mecanismo que puede proveer la diferencia en los índices de refracción necesaria y es la dependencia de n con la frecuencia de la luz. En la mayoría de los materiales la función

$n(\lambda)$ es decreciente. Esto implica que $n_p > n_s, n_i$ lo cual imposibilita que (2.28) se satisfaga. Sin embargo existen materiales que tienen un comportamiento opuesto. En este caso se habla de materiales con *índice de refracción anómalo*. Este tipo de materiales podría proveer una forma de satisfacer la condición de *phase matching* para dSPDC.

Existe una base de datos con información sobre el índice de refracción y otras propiedades de una gran cantidad de materiales en el sitio <https://refractiveindex.info/>. Esta base de datos es de libre acceso y puede ser descargada en el sitio <https://github.com/polyanskiy/refractiveindex.info-database>. La base de datos cuenta con información acerca de más de 2500 materiales. Con el fin de agilizar la búsqueda se escribió un programa en Python² que lee la base de datos y se fija, para cada material, si existe alguna región en la que el índice de refracción varíe de forma tal que (2.28) se satisfaga. Esta condición se verifica tanto para SPDC como para dSPDC. Dependiendo de los parámetros elegidos los materiales encontrados varían.

Uno de los materiales encontrados mediante este método es el TiO_2 (dióxido de titanio). En la figura 4.4 se encuentra su índice de refracción n como así también su coeficiente de extinción k como funciones de la longitud de onda. Como se puede ver existen regiones en las que el índice de refracción crece fuertemente a medida que aumenta la longitud de onda, i.e. tiene un índice de refracción anómalo. Esta característica es justamente la que se precisa para producir dSPDC. El efecto adverso de todos los materiales encontrados con índice de refracción anómalo es que presentan un gran coeficiente de extinción en las regiones anómalas lo cual se traduce en pérdidas de potencia. Por ejemplo para el dióxido de titanio en la región $\lambda \in (100 \text{ nm}, 300 \text{ nm})$ el coeficiente de extinción vale $k \sim 1,5$. Teniendo en cuenta que la amplitud del campo eléctrico varía como

$$E \sim e^{-\frac{k}{\lambda}z} \quad (4.4)$$

esto quiere decir que en una profundidad equivalente a pocas longitudes de onda la radiación será absorbida.

Otro material encontrado con características interesantes es el P3HT-PC₆₁BM. Se trata de un compuesto de materiales orgánicos utilizado en producción de celdas para energía solar. En la figura 4.5 se encuentran graficados el índice de refracción n y el coeficiente de extinción k para este material. Como se puede ver la anomalía en el índice de refracción de este material no es tan marcada como para el dióxido de titanio, sin embargo el coeficiente de extinción es notablemente más pequeño lo cual supone una ventaja. Si se considera, por ejemplo, un *pump* de 400 nm y se busca una señal de 800 nm (al igual que en el ejemplo considerado para materiales birrefringentes) se obtienen los siguientes valores

$$400 \text{ nm} \rightarrow \begin{cases} n \approx 1,25 \\ k \approx 0,2 \end{cases} \quad 800 \text{ nm} \rightarrow \begin{cases} n \approx 1,8 \\ k \sim 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

que presentan una baja absorción y además satisfacen la condición de *phase matching* (2.28)

²Ver el apéndice B para mayor referencia sobre el programa desarrollado.

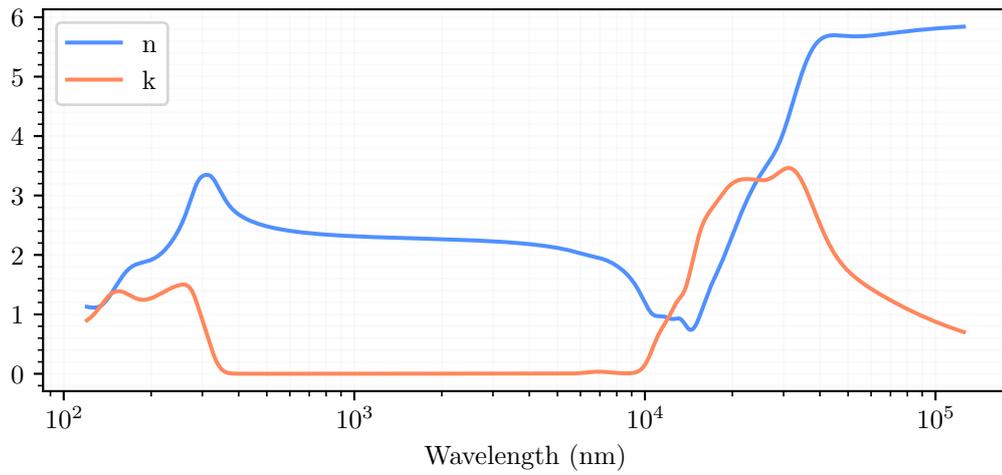


Figura 4.4: Índice de refracción n y coeficiente de extinción k para el material TiO_2 . Datos obtenidos de <https://refractiveindex.info/>.

para dSPDC:

$$\left[\frac{n_p^2 + n_s^2 \alpha^2 - \Xi^2}{2n_p n_s \alpha} \right]_{\text{dSPDC}} \approx \frac{(1,25)^2 + (1,8)^2 \times \frac{1}{2^2} - \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2}{2 \times 1,25 \times 1,8 \times \frac{1}{2}} \approx 0,94 \dots \quad (4.6)$$

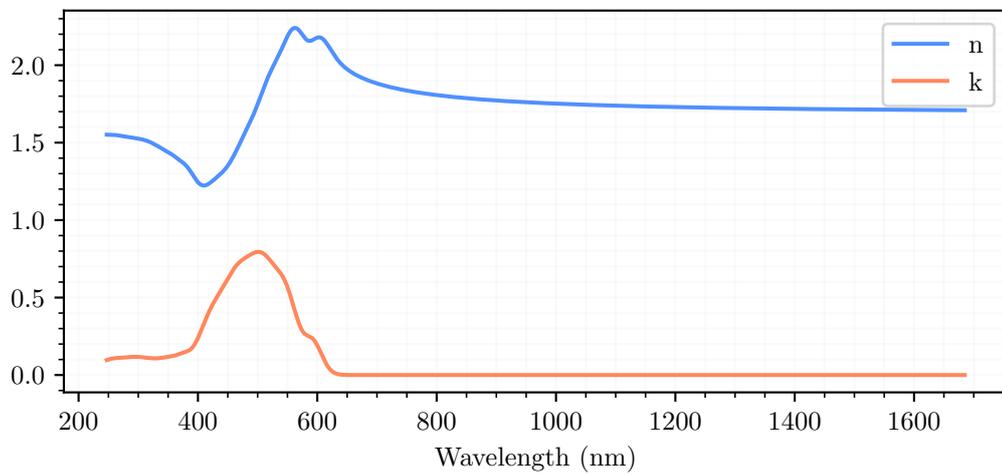


Figura 4.5: Índice de refracción n y coeficiente de extinción k para el material $\text{P3HT-PC}_{61}\text{BM}$. Datos obtenidos de <https://refractiveindex.info/>.

En cuanto a las características no lineales de estos medios se encontró que el dióxido de titanio tiene actualmente aplicaciones en óptica no lineal [21]. En cuanto al material $\text{P3HT-PC}_{61}\text{BM}$ no se encontró referencia de trabajos que hallan estudiado esta característica.

4.3. El detector

Como se mencionó previamente, el detector ideal en términos del experimento consiste en un detector 4π con resolución espacial y en energía. La resolución espacial es deseable ya que, como se vio en la sección 2.3.1, se conoce cómo se distribuyen angularmente tanto el *background* de SPDC como la señal de dSPDC. Para poder explotar este conocimiento es necesario medir la emisión en cada dirección angular lo cual puede lograrse a través de resolución espacial. En cuanto a la resolución en energía ésta es de interés ya que los procesos de SPDC y de dSPDC se distribuyen en un continuo de energías, como se vio en la sección 2.3.2. Un detector con la capacidad de medir la energía de cada fotón que incide permitiría explotar la distribución del parámetro α .

Teniendo presente la modulación que introduce el factor de *phase matching* es posible reducir los requerimientos del detector. Consideremos por ejemplo una muestra de P3HT-PC₆₁BM, el material presentado en la sección 4.2.2, de 300 μm de espesor sobre la cual inciden fotones *pump* de 400 nm. Si se observa la emisión de SPDC y dSPDC utilizando un filtro de 800 nm se espera una distribución angular como la de la figura 4.6. Se puede ver que para $\theta_s \approx 20,51^\circ$ se alcanza la condición de *phase matching* para el proceso de dSPDC. La condición de *phase matching* para SPDC se alcanza para $\theta_s = \theta_i \approx 45^\circ$ (no se muestra en la figura). En esta región, entonces, se espera observar únicamente *background* de SPDC con una muy pequeña contribución de señal de dSPDC. En consecuencia es razonable focalizar los esfuerzos de detección en un entorno de $\theta = 20,51^\circ$, cuando se busca en una longitud de onda de 800 nm.

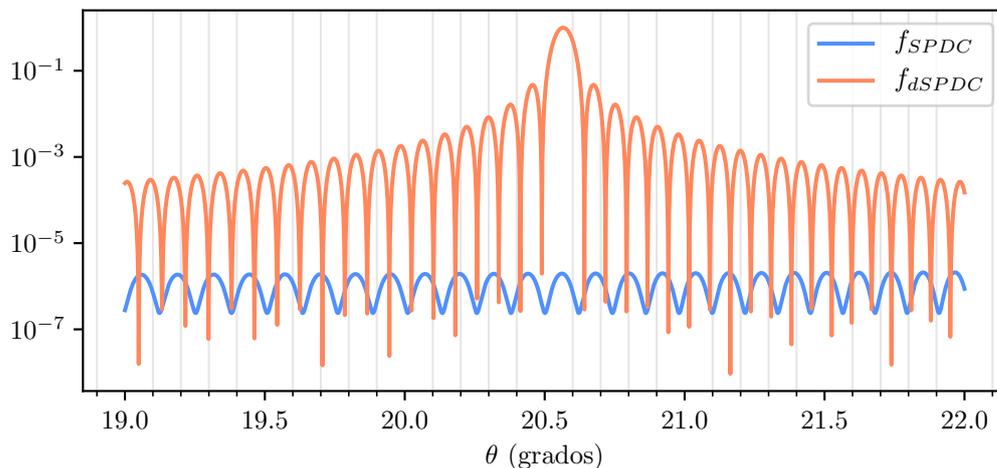


Figura 4.6: Factores de *phase matching* para SPDC y dSPDC considerando fotones *pump* de 400 nm, $\alpha = \frac{1}{2}$ y una muestra de 300 μm de espesor de P3HT-PC₆₁BM cuyo índice de refracción se encuentra en la figura 4.5.

Por otro lado se puede mirar en distintas longitudes de onda si el detector tiene resolución en energía. Esto equivale a variar el parámetro α . Si se le permite variar entre $\frac{3}{10}$ y $\frac{7}{10}$ y se considera

una masa m_γ pequeña en comparación con ω_p , el ángulo de *phase matching* para el fotón señal en el proceso de dSPDC se mueve entre 8° y 20° . Para este rango de α la atenuación máxima, que se da en los extremos, es menor a multiplicar por $\frac{1}{2}$, de acuerdo al gráfico de la figura 2.10. En este caso la porción de ángulo sólido que se debe cubrir con el detector es mayor al caso monocromático, pero aún así es mucho menor que 4π .

4.3.1. Detector monocromático

Un detector monocromático con resolución espacial se puede implementar mediante un CCD en conjunto con un filtro óptico de tipo pasa banda. El filtro provee la resolución espectral mientras que el CCD provee la resolución espacial. Para tener una idea de las resoluciones necesarias, tanto en longitud de onda como en espacio, se puede considerar un ejemplo práctico. Siguiendo con la línea del ejemplo presentado anteriormente (el ejemplo asociado a la figura 4.6), consideremos que luego del material no lineal se coloca un filtro de 810 nm, por ejemplo el filtro ZBPA810 de la compañía Asahi Spectra. Este filtro tiene una especificación de ± 5 nm a mitad de altura. De la definición de α se sigue que este filtro permitirá una banda de paso de $\alpha \sim 0,50 \pm 0,03$. Si se realiza una integración numérica de los factores de *phase matching* para esta región de α se obtiene el resultado de la figura 4.7. Como se puede ver la mayor emisión se encuentra en la región $20,2^\circ < \theta < 20,7^\circ$. Si se desea resolver el pico de mayor intensidad y diferenciarlo de los picos secundarios, se requiere un detector con capacidad de poder resolver $\Delta\theta \sim 0,5^\circ$. Si el detector se coloca a una distancia de ≈ 10 cm del medio no lineal donde se emite la señal se puede lograr una resolución angular de $0,5^\circ$ resolviendo $80 \mu\text{m}$ en la dirección transversal. Un detector CCD moderno puede alcanzar resoluciones de $15 \mu\text{m}$ [18], con lo cual esto no es un problema.

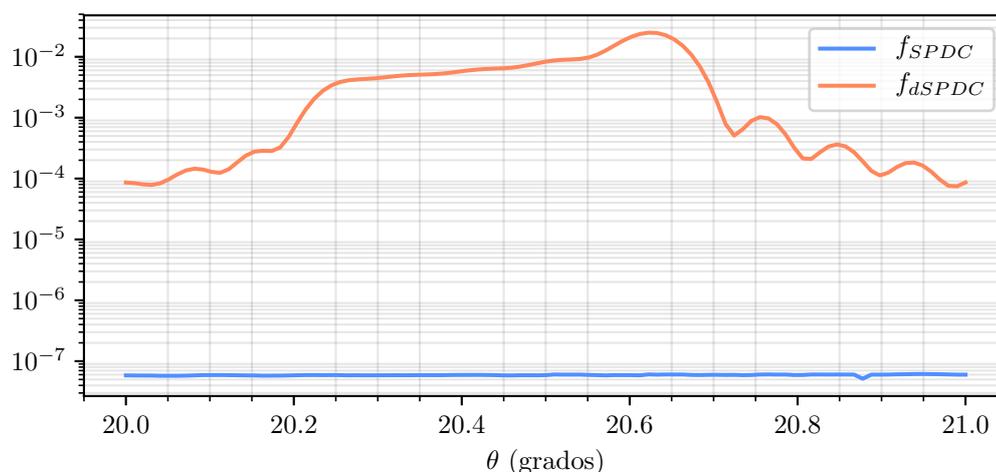


Figura 4.7: Factores de *phase matching* obtenidos al integrar en el parámetro α en el intervalo $\alpha = 0,50 \pm 0,03$, para el ejemplo de la figura 4.6.

En cuanto al tamaño del detector, se debe tener en cuenta la simetría que tiene el problema alrededor del eje de propagación del fotón *pump*. En la figura 4.1 la simetría está en el ángulo ϕ . Explotar esta simetría permite sumar más estadística ya que la distribución de eventos es uniforme en ϕ . Para la configuración de este ejemplo la señal estará concentrada principalmente en $\theta \sim 20,51^\circ$. Esto implica que formará un cono alrededor del eje de propagación del haz *pump* con una apertura de $20,51^\circ$. Para capturar este cono utilizando detectores CCD se pueden proponer varias alternativas. La más sencilla sería colocar el detector de forma perpendicular al haz *pump* suficientemente cerca del punto de emisión como para lograr capturar al cono. Otra alternativa es colocar uno o más CCDs en $\theta \sim 20,51^\circ$ donde se espera que esté la señal. Esto permite colocarlo más lejos lo cual puede suponer una mayor comodidad a la hora de implementar, pero a costas de perder estadística producto de abarcar un área menor.

4.3.2. Detector con resolución espectral

En la sección 2.3.2 se vio que en los eventos de SPDC y de dSPDC, incluso si el fotón *pump* es monocromático, los fotones *signal* e *idler* se distribuyen en un continuo de energías. Esta información puede explotarse si se utiliza un detector con resolución espectral.

Al igual que en los casos previamente estudiados, la complejidad que adquieren las distribuciones dificulta realizar un estudio analítico. Se considerará un ejemplo numérico y se verá cómo es conveniente proceder. Supongamos que el medio no lineal es el material P3HT-PC₆₁BM que se trató en la sección 4.2.2 y que se utiliza un haz *pump* de 400 nm. De acuerdo con las expresiones (2.41) y (2.43) y según el rango de frecuencias en las que se tiene información sobre el índice de refracción del material P3HT-PC₆₁BM, si se observa el espectro a un ángulo $\theta = 20^\circ$ se espera observar la distribución en α que se muestra en la figura 4.8. Como se puede ver la información sobre la distribución de α también puede ser explotada a la hora de diferenciar la señal de dSPDC por sobre el *background* de SPDC. Para el espectro de la figura 4.8 los máximos principales tienen un ancho, medido hasta los primeros mínimos, de $\Delta\alpha \approx 0,0125$. Utilizando la definición de α en (2.21) esto equivale a una resolución en longitud de onda de $\Delta\lambda \approx \frac{\lambda_p}{\Delta\alpha} \approx 30 \mu\text{m}$. En cuanto al rango de longitudes de onda, el gráfico de la figura 4.8 abarca valores de α que van desde 0,4 hasta 0,6. Para un $\lambda_p = 400 \text{ nm}$ esto corresponde a $666 \text{ nm} < \lambda_p, \lambda_s < 1000 \text{ nm}$. En el mercado es fácil encontrar espectrógrafos con una resolución de aproximadamente 1 nm en el rango de 500 nm a 1000 nm que se alimentan con fibra óptica. Un instrumento de estas características permitiría resolver tanto espectral como angularmente la señal sin mayores dificultades, por lo tanto es otra opción para encontrar la señal de dSPDC.

4.4. La sensibilidad del experimento

A la hora de evaluar un potencial experimento para buscar nueva física es usual calcular la sensibilidad [22]. Esta cantidad permite cuantificar “qué tan lejos” permitirá ver el experimento

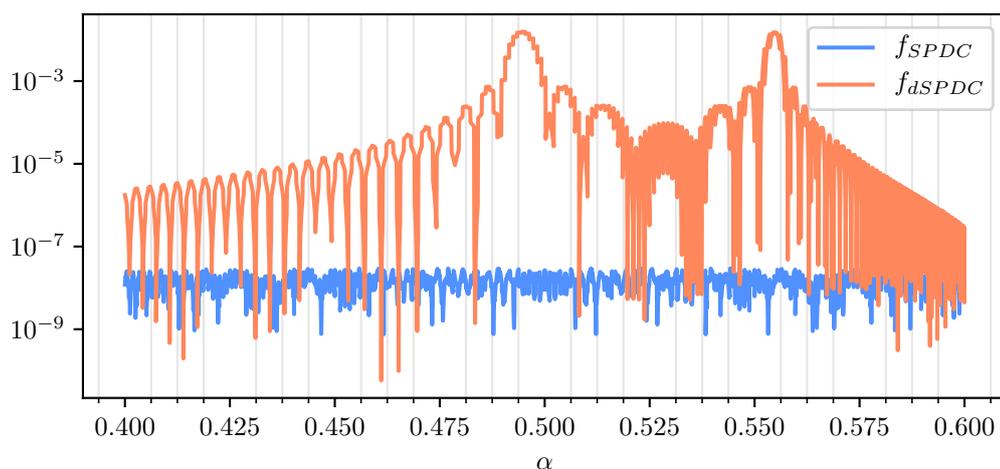


Figura 4.8: Espectro que se espera observar para cada uno de los procesos SPDC y dSPDC en un ángulo de $\theta = 20^\circ$ cuando un haz de 400 nm incide sobre una muestra de $300 \mu\text{m}$ de espesor compuesta por P3HT-PC₆₁BM. La modulación escalonada que se ve se debe a que la información sobre el índice de refracción para este material se tiene sólo en puntos discretos.

en el espacio de parámetros que se desea explorar. Para calcular la sensibilidad es necesario tener un esquema claro y bien definido del experimento. Esto implica conocer de forma certera:

1. el haz que proveerá fotones *pump*, tanto en espectro como en potencia,
2. elegir un medio no lineal particular y conocer la producción de eventos de SPDC y de dSPDC que éste tendrá, y cómo éstos se distribuyen en ángulo y energía,
3. y definir un tipo de detector, lo cual sentará las bases sobre qué variables se podrán medir, con cuanta precisión/resolución, y además tendrá su propia característica de *dark counts* o cuentas oscuras.

Todas estas consideraciones deben ser fijadas antes de poder especializar el cálculo de la sensibilidad. En la etapa actual en la que se encuentra el trabajo estas decisiones no han sido tomadas. Sin embargo se puede realizar un cálculo no exhaustivo de sensibilidad para tener una idea del potencial que puede tener el uso de la óptica no lineal en la búsqueda de nueva física de partículas.

Para estimar la sensibilidad del experimento es necesario conocer cómo se espera que sea la distribución de la señal en el detector en el caso en que el fotón oscuro no existe. Para ello consideremos que la fuente de fotones *pump* es un láser de una cierta potencia. El número de fotones emitidos en un cierto período de tiempo t será una variable aleatoria con distribución poissoniana

$$N_{\text{emitidos por el láser}} \sim \text{Poisson} \left(\frac{P_{\text{láser}} \lambda_p t}{hc} \right) \quad (4.7)$$

donde $P_{\text{láser}}$ es la potencia y λ_p la longitud de onda de los fotones *pump*. Cuando un fotón *pump* arriba al medio no lineal existe una cierta probabilidad de que éste genere un proceso SPDC, y otra probabilidad de que genere un proceso dSPDC. Entonces el número total de eventos de SPDC y de dSPDC también serán variables aleatorias con distribución poissoniana. Una vez que uno de estos dos procesos ha ocurrido, los fotones emitidos se distribuyen angularmente de acuerdo con (2.29). En consecuencia el número de eventos en cada bin angular también será una variable poissoniana. Si μ_{SPDC} y μ_{dSPDC} son dos parámetros que modelan la probabilidad de que el fotón *pump* dé origen a un evento de SPDC y dSPDC respectivamente, i.e.

$$\begin{cases} \mu_{\text{SPDC}} = \mathbb{P}(\gamma_p \rightarrow \text{SPDC}) \\ \mu_{\text{dSPDC}} = \mathbb{P}(\gamma_p \rightarrow \text{dSPDC}) \end{cases}, \quad (4.8)$$

y si hay un detector monocromático con una superficie tal y a una distancia tal que subtende un cierto ángulo sólido Ω_i donde i puede etiquetar distintos detectores, entonces el número de fotones esperado para cada proceso en el detector i será

$$\begin{cases} N_{\text{SPDC},i} \sim \text{Poisson} \left(\frac{P_{\text{láser}} \lambda_p}{hc} t \mu_{\text{SPDC}} \int_{\Omega_i} f_{\text{SPDC}} d\theta d\phi \right) \\ N_{\text{dSPDC},i} \sim \text{Poisson} \left(\frac{P_{\text{láser}} \lambda_p}{hc} t \mu_{\text{dSPDC}} \int_{\Omega_i} f_{\text{dSPDC}} d\theta d\phi \right) \end{cases} \quad (4.9)$$

donde f_{SPDC} y f_{dSPDC} son los factores de *phase matching* correspondientes a cada uno de los procesos, definidos en (2.38) y (2.39) respectivamente. Esto es porque el resultado de la composición de una variable con distribución poissoniana con una variable binomial es una nueva poissoniana. Si Ω_i es suficientemente pequeño de modo tal que f_{SPDC} y f_{dSPDC} sean aproximadamente constantes en toda la región de integración lo anterior es

$$\begin{cases} N_{\text{SPDC},i} \sim \text{Poisson} \left(\frac{P_{\text{láser}} \lambda_p}{hc} t \mu_{\text{SPDC}} f_{\text{SPDC}}(\theta_i) \Omega_i \right) \\ N_{\text{dSPDC},i} \sim \text{Poisson} \left(\frac{P_{\text{láser}} \lambda_p}{hc} t \mu_{\text{dSPDC}} f_{\text{dSPDC}}(\theta_i) \Omega_i \right) \end{cases}. \quad (4.10)$$

Como se verá en el capítulo 3 esta aproximación es, típicamente, buena.

Despreciando cualquier otro aporte de fotones que pueda haber en el detector, el número total de fotones será

$$N_i = N_{\text{SPDC},i} + N_{\text{dSPDC},i}. \quad (4.11)$$

Por lo tanto

$$N_i \sim \text{Poisson} \left(\frac{P_{\text{láser}} \lambda_p \Omega_i t}{hc} [\mu_{\text{SPDC}} f_{\text{SPDC}}(\theta_i) + \mu_{\text{dSPDC}} f_{\text{dSPDC}}(\theta_i)] \right). \quad (4.12)$$

La relación entre las cantidades μ_{SPDC} y μ_{dSPDC} está dada por³

$$\frac{\mu_{\text{dSPDC}}}{\mu_{\text{SPDC}}} = \varepsilon^2 \left(\frac{m_{\gamma'} c^2}{\omega_i \hbar} \right)^\kappa \quad (4.13)$$

donde $m_{\gamma'}$ es la masa del fotón oscuro, ε es el parámetro de acople para el término de *kinetic mixing* en el lagrangiano (2.1), ω_i es la frecuencia angular del fotón oscuro y $\kappa \in \{2, 4\}$ dependiendo de la polarización de cada uno de los fotones. La frecuencia angular ω_i puede expresarse en términos de ω_p y el parámetro α según lo definido en la sección 2.2 como $\omega_i = (1 - \alpha)\omega_p$. Entonces, reemplazando en (4.12),

$$N_i \sim \text{Poisson} \left(\frac{P_{\text{láser}} \lambda_p \Omega_i t \mu_{\text{SPDC}}}{hc} \left[f_{\text{SPDC}}(\theta_i) + \varepsilon^2 \left(\frac{m_{\gamma'} c \lambda_p}{2\pi \hbar} \right)^\kappa f_{\text{dSPDC}}(\theta_i) \right] \right). \quad (4.14)$$

Utilizando este modelo simple e idealizado para el número de fotones que se esperan en cada bin angular se realizó una estimación de la sensibilidad para el experimento. Para ello se procedió mediante un método de simulación Montecarlo del siguiente modo:

1. Se eligió un valor fijo de $m_{\gamma'}$.
2. Se eligió un valor de ε “muy pequeño”.
3. Se simuló N_i “muchas veces” utilizando la distribución (4.14) considerando un detector con 4000 píxeles de $15 \mu\text{m}$ de ancho colocado a 10 cm del medio no lineal y que pueden cubrir toda una revolución en la dirección transversal, lo cual da $\Omega_i \sim 10^{-3}$ y $\theta_i \in \{0^\circ, 8,6 \times 10^{-3}^\circ, \dots, 31^\circ\}$. Se consideró una longitud de onda $\lambda_p = 405 \text{ nm}$ y un medio no lineal formado por un cristal BBO cortado de modo tal que los factores de *phase matching* f_{SDPC} y f_{dSPDC} son los de la figura 4.9. Además se utilizó $\kappa = 2$ que es el caso más favorable, lo cual implica elegir apropiadamente la polarización de cada haz y la orientación del medio no lineal. Para la potencia del láser se consideró 10 W. En cuanto a la probabilidad de SPDC se asumió $\mu_{\text{SPDC}} \sim 10^{-7}$ [11]. Por último se asumió una exposición total t de un año.
4. Para cada simulación de la tira de números N_i se calculó

$$q = \sum_i \left(\frac{N_i - \frac{P_{\text{láser}} \lambda_p \Omega_i t \mu_{\text{SPDC}}}{hc} f_{\text{SPDC}}(\theta_i)}{\sqrt{\frac{P_{\text{láser}} \lambda_p \Omega_i t \mu_{\text{SPDC}}}{hc} f_{\text{SPDC}}(\theta_i)}} \right)^2 \quad (4.15)$$

que es el estadístico χ^2 cuando se espera que el background sea sólo compuesto por los fotones de SPDC. Si las muestras N_i se distribuyen de acuerdo a lo que se espera cuando únicamente está presente el proceso de SPDC, entonces q debería seguir una distribución χ^2 de 4000 grados de libertad.

³Desarrollo aún no publicado del físico teórico Roni Harnik quien trabaja en colaboración con este proyecto.

5. Teniendo la población de q se calculó el promedio y se realizó la comparación

$$\bar{q} \stackrel{?}{\geq} \chi_{95\%}^2 \quad (4.16)$$

donde \bar{q} es el promedio de la población simulada de q 'es y $\chi_{95\%}^2$ es el cuantil que acumula un 95 % de probabilidad a la izquierda.

- a) Si el resultado de la comparación es que $\bar{q} < \chi_{95\%}^2$ entonces se consideró que el experimento no es capaz de distinguir la señal del *background* con un 95 % de nivel de confianza. Se procedió a incrementar el valor de ε y volver a repetir desde el paso 3.
- b) Si el resultado de la comparación es que $\bar{q} > \chi_{95\%}^2$ entonces se consideró que el experimento podrá discernir una señal de dSPDC cuando ε tenga el valor actual, o uno mayor, para un fotón oscuro de masa $m_{\gamma'}$.

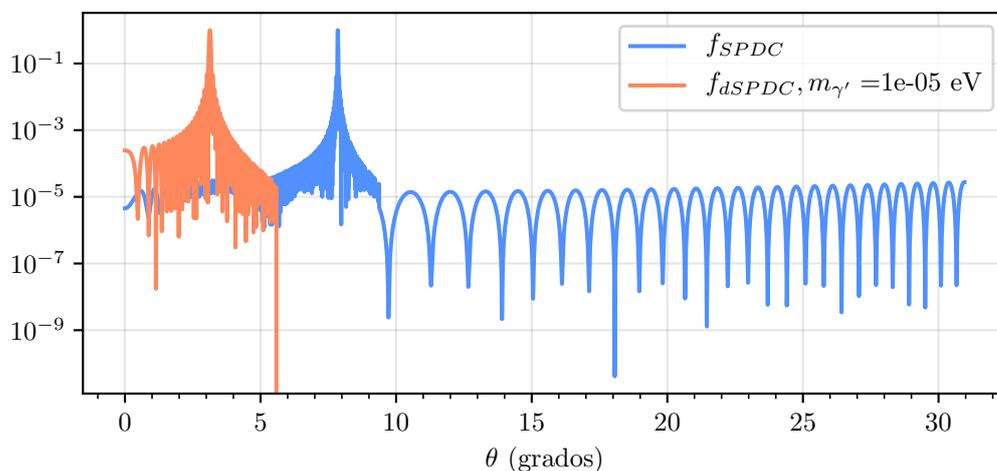


Figura 4.9: Factores de *phase matching* para los procesos de SPDC y dSPDC cuando se utiliza un haz *pump* de 405 nm, un cristal BBO de 300 μm de espesor cortado de modo tal que la diferencia de índices de refracción entre el fotón *pump* y el *signal* es maximizada y observando los fotones *signal* en una longitud de onda de 493 nm, i.e. con $\alpha \approx 0,82$.

Repitiendo este procedimiento para distintos valores de masa se obtuvo la curva de la figura 4.10. Como se puede ver, la mayor exclusión para el parámetro ε se da en una masa de $m \sim 0,1$ eV donde se alcanza un valor de $\varepsilon < 10^{-4}$. Esta región de exclusión está lejos de ser competitiva con las ya existentes [8]. Sin embargo se debe tener en cuenta que esta estimación se realizó para una configuración muy sencilla. Es posible realizar una optimización, por ejemplo aumentando la potencia del láser, buscando un medio no lineal en el que μ_{SPDC} sea mayor, optimizar los índices de refracción para que el proceso de dSPDC se vea favorecido, e incluso explotar la información espectral que en este ejemplo se ignoró por completo. Además se podría hacer uso del hecho de que los fotones de SPDC se encuentran entrelazados en todas las variables mientras que el fotón *signal* de dSPDC no, lo cual podría reducir el *background* de SPDC apreciablemente.

Adicionalmente están todas las cuestiones inherentes a la polarización de cada uno de los haces y su interacción con el tensor $\chi^{(2)}$ del material, que en este trabajo no se estudió más que superficialmente.

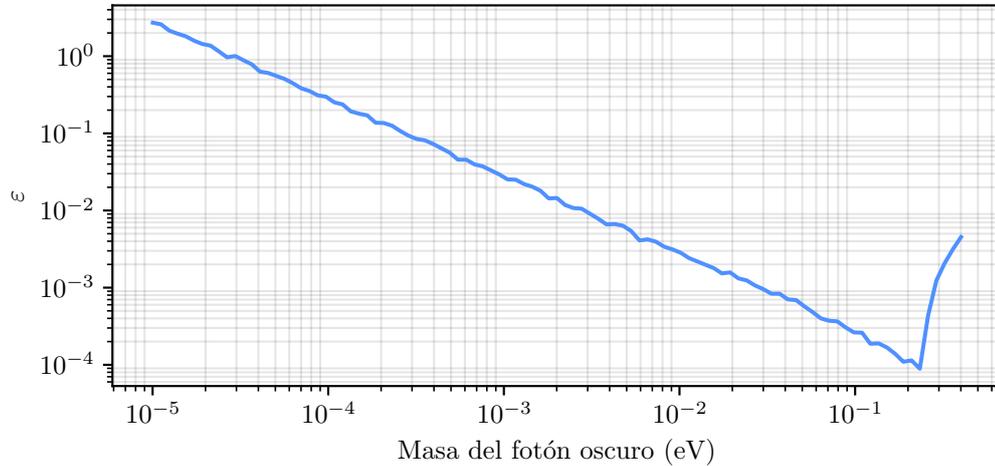


Figura 4.10: Estimación de la sensibilidad del experimento. La oscilación de alta frecuencia se debe a que esta estimación se realizó mediante un método Montecarlo.

Este sencillo análisis muestra que la detección del fotón oscuro por medio de esta técnica no es fácil. Sin embargo aún quedan muchas variables y posibilidades por explotar que podrían implicar una sustancial mejora.

4.5. Estrategias para mejorar la sensibilidad

Como se vio previamente, la configuración más ensayada no es capaz de mejorar las regiones de exclusión que la comunidad científica ya ha establecido en el espacio de parámetros del fotón oscuro. Sin embargo esta configuración es la más simple. Aún es posible explotar variables de las cuales no se ha extraído información, y proponer configuraciones alternativas en las que se pueda sacar provecho. En esta sección se presentarán algunas propuestas que han sido discutidas por el grupo de trabajo durante esta tesis, pero que aún no han sido exploradas en detalle.

4.5.1. Uso de cavidades resonantes

En la comunidad científica ya se ha demostrado que es posible implementar el proceso de SPDC en una configuración con una cavidad resonante [23]. En primer lugar esto trae una ventaja en que, en un sistema resonante, se obtiene un espectro de energías compuesto por picos angostos. En muchos casos esto simplifica y/o reduce los requerimientos para un detector ya que la energía

se concentrará, en general, en una banda angosta de longitudes de onda. En el caso del proceso de SPDC, y también de dSPDC, sin embargo, pueden existir otros incentivos para implementarlo en el interior de una cavidad resonante. Consideremos el diagrama de la figura 4.1. Cada vez que un fotón *pump* atraviesa el medio no lineal existe una cierta probabilidad de que este desencadene un proceso de SPDC o de dSPDC. Si el fotón no produjo ninguno de estos procesos entonces saldrá inalterado por el otro extremo del medio no lineal y continuará propagándose. En esta configuración a cada fotón *pump* se le da una única oportunidad de atravesar el medio no lineal. Si, en cambio, el medio es colocado en el interior de una cavidad resonante para el haz *pump* los fotones quedarán oscilando en el interior de la cavidad y atravesarán el medio no lineal múltiples veces. En este caso la probabilidad de que un fotón *pump* produzca un SPDC o dSPDC se multiplica por el número promedio de veces que el fotón atravesará el medio. Si bien esto incrementa de igual manera la probabilidad de *background* y señal, i.e. SPDC y dSPDC respectivamente, es equivalente a aumentar la potencia del láser con lo cual la sensibilidad del experimento mejorará.

Otra posibilidad que implica una cavidad resonante, y que en principio no es excluyente con lo discutido en el párrafo previo, es hacer resonar el haz de fotones *signal*. La ventaja que esto supone tiene que ver con la emisión estimulada, al igual que ocurre en un láser. En el proceso de obtención de la expresión (2.29) se debe utilizar la probabilidad de que el número de fotones *signal* se incremente en una unidad [11]

$$\left| \langle N_s + 1 | \mathbf{E}^{(-)} | N_s \rangle \right|^2 \propto N_s + 1. \quad (4.17)$$

Para obtener (2.29) se asumió que $N_s = 0$ lo cual implica que en el interior del medio no lineal no hay ningún fotón *signal*. Esto quiere decir que (2.29) es la probabilidad de que un fotón *pump* produzca un par de fotones *signal* e *idler* cuando en el medio no lineal no hay ningún fotón más que el *pump*. Esto es razonable cuando se utiliza una configuración similar a la de la figura 4.1 y la probabilidad de SPDC y dSPDC es baja (e.g. del orden de 10^{-9} como se discutió anteriormente). Sin embargo, como se puede ver en (4.17), la probabilidad es proporcional al número de fotones que hay presentes en el medio. Esto quiere decir que, en el caso de dSPDC, se puede hacer que el haz *signal* sea resonante lo cual incrementará el número de fotones *signal* N_s y como consecuencia la producción de dSPDC estará estimulada. No se puede implementar una resonancia para el fotón *idler* ya que éste es un fotón oscuro.

4.5.2. La polarización del fotón oscuro como mecanismo de reducción de *background*

Para del proceso de dSPDC el fotón *idler* es un fotón oscuro y como su masa es no nula éste puede tener una componente de polarización longitudinal [24]. En principio, esto podría explotarse para reducir la relación señal a ruido, i.e. la relación dSPDC a SPDC. Consideremos una configuración como la que se ilustra en la figura 4.11. Aquí el material es tal que $\chi^{(2)}$ tiene

una estructura que hace que oscilen dipolos de manera vertical y horizontal cuando es excitado, como se ilustró en la figura. Para esta configuración es de esperar que la emisión de fotones de SPDC esté modulada por un factor $\sim \cos^2 \theta_s \sin^2 \theta_i$ ya que los fotones *signal* no pueden emitirse en $\theta = \frac{\pi}{2}$ porque su polarización sería longitudinal, y lo mismo ocurre para los fotones *idler* en $\theta = 0$. Esta configuración es altamente desfavorable para SPDC. Sin embargo, para el proceso de dSPDC, la situación es distinta ya que el fotón oscuro sí puede ser emitido en la dirección $\theta = 0$ gracias, justamente, a que puede ser polarizado de manera longitudinal. Si existe un material con estas propiedades y que además pueda satisfacer la condición de *phase matching* para dSPDC con $\theta_s = \theta_i = 0$, se estaría en la condición más favorable ya que en $\theta = 0$ no habría *background* de SPDC mientras que sí habría señal de dSPDC. Queda pendiente una investigación rigurosa sobre si esta posibilidad es posible de llevar a la práctica.

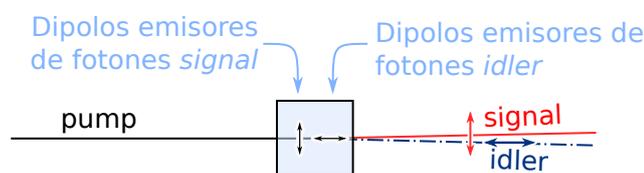


Figura 4.11: Configuración idealizada que permitiría sacar provecho del hecho de que el fotón oscuro, a diferencia del fotón ordinario, sí puede tener una polarización longitudinal por tener una masa no nula.

4.5.3. El entrelazamiento cuántico como mecanismo de reducción de *background*

Los fotones provenientes del proceso de SPDC generan una componente de *background* con la cual, en principio, siempre se deberá lidiar. Sin embargo estos fotones poseen una alta correlación ya que el fotón *signal* y el *idler* en un proceso de SPDC se encuentran entrelazados. Es posible explotar esta correlación para reducir sustancialmente el *background* por SPDC. Para poder hacer esto el detector debería tener, además de resolución espacial, resolución temporal. Todos los eventos que se detecten en coincidencia temporal y con los correspondientes ángulos θ_s y θ_i que predice la teoría se sabrá que son fotones de SPDC. En consecuencia se los puede descontar y así reducir el *background*. Es posible implementar esto con detectores CCD colocados a una distancia suficientemente lejana del medio no lineal de modo tal que en el tiempo en que los pares tardan en llegar se puede realizar la lectura. Además, explotar la correlación espacial dada por la distribución para θ_s y θ_i permitiría capturar múltiples eventos en el detector y luego descontarlos.

Capítulo 5

Conclusiones

A lo largo de este trabajo se abordaron aspectos de índole tanto teórica como experimental. Desde un punto de vista teórico se estudió y entendió la cinemática del proceso SPDC. Se desarrolló la cinemática de un fotón oscuro en un medio lineal y luego se aplicó, en combinación con la teoría ya conocida para la óptica no lineal, para entender cómo se distribuye la emisión de pares fotón-fotón oscuro en un hipotético proceso de óptica no lineal, análogo al SPDC, en el cual una de las partículas que intervienen es un fotón oscuro. A este proceso se lo denominó dSPDC.

Se realizó un estudio exhaustivo sobre la *condición de phase matching* y sus implicancias para el la distribución angular de eventos. A partir de esto se generó un modelo para la señal de dSPDC y uno análogo para el *background* de SPDC, con el que este tipo de experimentos deberán convivir en caso de implementarse.

Se implementó una configuración experimental que permitió validar una parte de la teoría aprendida y desarrollada. Se aprendió sobre cuáles son los aspectos más importantes a la hora de reducir el *background* que no proviene del proceso de SPDC, por ejemplo utilizando diversos filtros y barreras en el camino del haz.

Se discutió sobre la forma de implementar el experimento. Se realizó un estudio de dos mecanismos que permiten satisfacer la condición de *phase matching*. Se analizó por qué el mecanismo típicamente usado, la birrefringencia, no necesariamente es la mejor alternativa en el caso del proceso de dSPDC. Se propuso un mecanismo alternativo que sí puede suponer ventajas. Queda por explorar en este camino cuál es el material más apropiado.

Utilizando los modelos teóricos se calculó la sensibilidad para un experimento de este tipo. En dicho cálculo se vio que la configuración más simple de todas no es suficiente como para imponer regiones de exclusión en el espacio de parámetros del fotón oscuro que sean competitivas con las que existen actualmente. Sin embargo, el caso que se analizó es uno de los más simplistas

posibles. Quedan aún por explorar más escenarios, como por ejemplo hacer uso de la distribución en energías, la polarización de los haces, etc. Se comentaron distintos mecanismos que pueden ser utilizados para mejorar la sensibilidad del experimento. Se comentó la posibilidad de utilizar cavidades resonantes que podrían dar lugar a la emisión estimulada de SPDC y dSPDC. También se discutió cómo se podría sacar ventaja de la posibilidad de que el fotón oscuro tenga una componente longitudinal de polarización. Además se vio que el hecho de que los fotones de SPDC estén entrelazados podría, en principio, permitir eliminarlos a todos.

En el proceso se desarrolló una gran cantidad de herramientas de *software* que quedarán disponibles para continuar con el desarrollo del experimento.

Esta tesis se especializó en el modelo del fotón oscuro, pero todo lo que aquí se presenta debería ser fácilmente extendible a otros modelos que se acoplen con el campo electromagnético, como el axión. Como resultado de este trabajo se abre un nuevo portal para la búsqueda de materia oscura utilizando métodos de óptica no lineal.

Capítulo 6

Aplicaciones del *skipper CCD* en tecnologías cuánticas

En este capítulo se discutirá sobre potenciales aplicaciones de los detectores *skipper CCD* en *quantum imaging* y *quantum cryptography*. Este capítulo trata una temática que no es conexas con el resto del trabajo. Sin embargo, como se verá, la configuración experimental descrita previamente permite, al mismo tiempo, realizar el trabajo que se discutirá en este capítulo. Estas aplicaciones en *quantum imaging* y *quantum cryptography* hacen uso del proceso de SPDC y no tienen relación con los fotones oscuros. En particular se usa el hecho de que los fotones *signal* e *idler* en un proceso de SPDC se encuentran entrelazados cuánticamente.



6.1. *Quantum imaging*

En esta sección se discutirán brevemente algunas técnicas de *quantum imaging* en las que el detector *skipper CCD* puede tener una aplicación.

6.1.1. *Sub-shot-noise quantum imaging*

Se puede definir la transmitancia de una muestra como la probabilidad de que un fotón logre atravesarla cuando éste incide sobre la misma. Si la transmitancia es elevada la muestra será transparente mientras que si la transmitancia es baja la muestra bloqueará el paso de luz. Para realizar una medición de la transmitancia de un objeto lo ideal sería hacer impactar un número conocido de fotones sobre la muestra y contar cuántos fotones logran atravesarla. Es decir:

$$T_{\text{medido}} \sim \frac{N_{\text{lograron atravesar al objeto}}}{N_{\text{la fuente emitió}}} \quad (6.1)$$

donde N_i son los números de fotones en cada caso. La forma *clásica* de proceder es realizando dos mediciones distintas. Ambas mediciones utilizan la misma fuente de fotones. En una de las mediciones se intercala el objeto entre la fuente y el detector y se cuentan cuántos fotones lograron atravesarlo. En la otra medición se retira el objeto y se cuenta el número total de fotones emitidos por la fuente. A continuación se realiza la aproximación

$$N_{\text{la fuente emitió}} \approx N_{\text{emitidos cuando el objeto no estaba}}. \quad (6.2)$$

De este modo se tiene una idea del número de fotones que fueron emitidos por la fuente cuando el objeto fue intercalado. Sin embargo la emisión de fotones es un proceso intrínsecamente aleatorio que suele seguir una distribución Poisson. Como consecuencia, no importa qué tan bien se realicen las mediciones descritas esta aleatoriedad estará siempre presente. Esto introducirá un error intrínseco de este método de medición que no podrá ser eliminado. Este error se conoce como *shot-noise* ya que tiene que ver con la aleatoriedad de la emisión de fotones en la fuente.

Incrementar el número de fotones que se utilizan para la medición reduce el error en T_{medido} . Sin embargo esto implica incrementar el número de fotones por unidad de tiempo (si no se desea incrementar el tiempo de medición) lo cual necesariamente requiere aumentar la potencia de la fuente y esto puede dañar la muestra que se desea medir. Si se pudiera conocer con exactitud la cantidad $N_{\text{la fuente emitió}}$ este problema sería resuelto. En este caso se habla de una medición *sub-shot-noise*. Una fuente de fotones entrelazados puede proveer una solución a este problema [25].

Consideremos el esquema que se ilustra en la figura 6.1. Aquí un haz de fotones *pump* incide sobre un medio no lineal en el cual ocurre el proceso de SPDC y genera pares de fotones *signal* e *idler*. Estos pares, como ya se vio, tendrán un alto grado de correlación angular, lo cual se traduce en correlación en posición. Los fotones *pump* serán emitidos en tiempos aleatorios lo cual dará origen al *shot-noise*. Lo mismo ocurre para los fotones *signal* e *idler*. Sin embargo éstos siempre se generarán de a pares, con lo cual siempre que se mida uno se sabrá que hubo otro. La correlación espacial provee la información faltante: sabiendo a dónde impactó un fotón automáticamente se sabe a dónde impactó el otro. De este modo utilizando la información de los dos haces es posible eliminar el *shot-noise* ya que se puede conocer con exactitud el número de fotones que fue emitido. El detector *skipper CCD* parece ser el detector ideal para este tipo de aplicación ya que permite conocer de manera exacta el número de fotones que fue colectado en cada píxel.

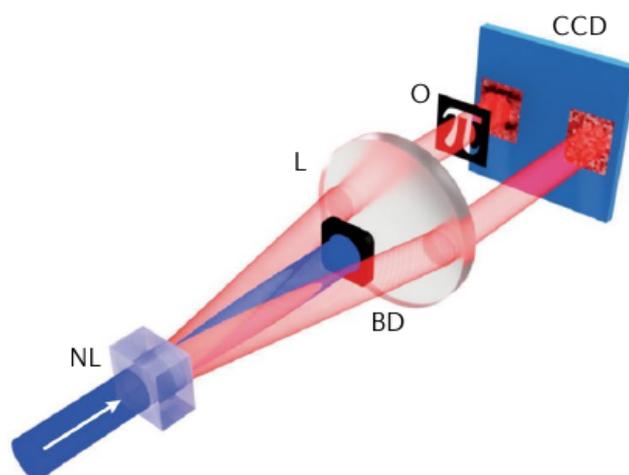


Figura 6.1: Configuración para realizar mediciones con la técnica de *sub-shot-noise quantum imaging* usando un cristal BBO (NL en la imagen) y un detector CCD. (Imagen tomada de [25].)

6.1.2. Quantum ghost imaging

Otra interesante técnica de *quantum imaging* es lo que se conoce como *quantum ghost imaging*. Mediante esta técnica es posible obtener una imagen con resolución espacial de un objeto utilizando un detector que no tiene resolución espacial [25, 26]. Si bien es cierto que la luz que interactúa con el objeto luego es detectada mediante un instrumento sin resolución espacial, en realidad sí se requiere un detector con resolución espacial como se verá más adelante. Lo más interesante de esta técnica es que permite resolver más allá del límite de difracción [25]. Esta técnica también hace provecho de la correlación espacial que existe entre los fotones que se producen en el proceso de SPDC.

Para entender cómo esto funciona consideremos el diagrama de la figura 6.2. Un cristal BBO produce parejas de fotones entrelazados. Estos fotones son separados mediante un *beam splitter* y luego uno de los fotones es enviado hacia el objeto mientras que el otro es enviado a un detector con resolución espacial. Detrás del objeto existe un detector sin resolución espacial pero que puede resolver temporalmente. La información separada de ambos detectores no es suficiente para reconstruir la imagen del objeto. Sin embargo cuando la información es combinada es posible obtener una imagen del objeto simplemente descartando todos los fotones que llegaron al CCD y no produjeron una cuenta en el detector sin resolución espacial.

En el caso de *quantum ghost imaging* no es claro si el detector *skipper CCD* es el más indicado ya que éste no posee una buena resolución temporal. Sin embargo no se descarta que pueda implementarse una modificación de esta técnica o bien mejoras en la tecnología *skipper* tales que estos detectores permitan obtener resultados mejorados.

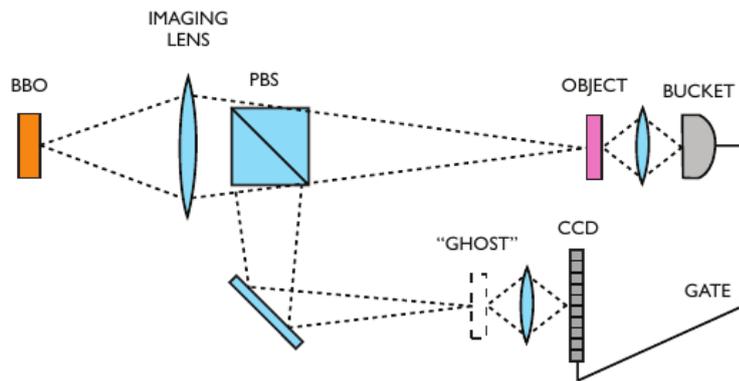


Figura 6.2: Esquema de una configuración para implementar la técnica de *quantum ghost imaging*. (Tomado de [26].)

6.2. Quantum cryptography

El detector *skipper CCD* puede tener aplicaciones también en criptografía cuántica. Típicamente se utilizan espacios de dos dimensiones, por ejemplo la polarización de un fotón, y se habla de *qubits*. Sin embargo es posible utilizar espacios de más dimensiones lo cual trae ciertas ventajas. En este caso se habla de *qudits*. Aumentar la dimensionalidad del espacio puede incrementar el *rate* de transmisión como así también la seguridad de encriptación [27]. Si se trabaja en un espacio de d dimensiones entonces es posible codificar

$$\log_2 d \frac{\text{bits}}{\text{qudit}}. \quad (6.3)$$

Esto incrementa la densidad de información que se puede enviar. Además se obtiene un incremento en la seguridad del canal ya que alguien que intercepte el mensaje introducirá un *error rate* de

$$E_d = \frac{1}{2} \frac{d-1}{d}. \quad (6.4)$$

A medida que $d \rightarrow \infty$ se obtiene que $E_d \rightarrow \frac{1}{2}$ lo que facilita detectar cuándo un mensaje está siendo interceptado.

En la figura 6.3 se muestra una configuración experimental que puede implementar la transmisión de qudits en la base de posición-momento de fotones entrelazados. Como se puede ver en lugar de transmitir únicamente un único bit en este caso se transmite un elemento de un alfabeto mucho más amplio compuesto por 37 símbolos. En palabras del autor del trabajo del que se tomó esta idea: “*Ideally, the detection system would consist of either two-dimensional multi-detector arrays, or CCD cameras with single-photon sensitivity*”. Esto es, básicamente, la descripción de un *skipper CCD*.

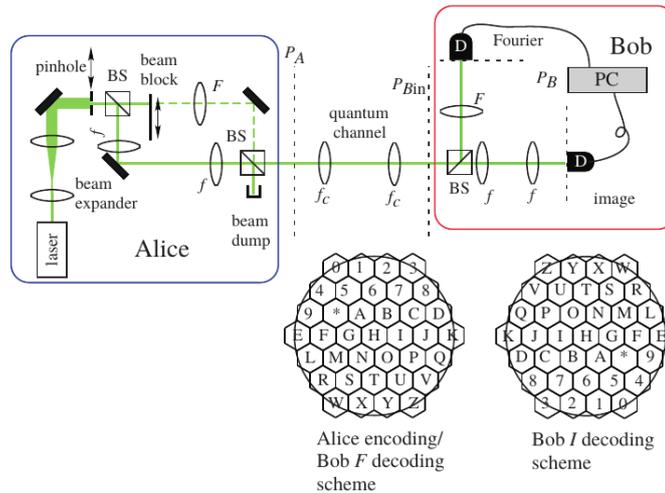


Figura 6.3: Esquema experimental para la transmisión de *qudits* utilizando un espacio multidimensional implementado en la base de posición-momento. (Imagen tomada de [27].)

6.3. SPDC como fuente de fotones entrelazados

Todas las aplicaciones que se discutieron previamente se centran en el uso de fotones entrelazados en posición y momento. Una forma de obtener fotones entrelazados en posición y momento consiste en utilizar el proceso de SPDC. Para entender cómo esto funciona es conveniente tener presente cómo se distribuyen los fotones resultantes de un proceso de SPDC. En el cuerpo de la tesis se estudió esta distribución. En particular consideremos la expresión para $p(\theta_s, \theta_i)$, la densidad de probabilidad conjunta para la emisión de un par *signal* e *idler*, dada por (2.37). Esta expresión es tal que los pares θ_s, θ_i se encuentran altamente correlacionados. Para entender el origen de esta correlación consideremos el gráfico en la figura 6.4 que representa a la expresión (2.37) en las mismas condiciones que se asumieron en el ejemplo de la página 17. Los eventos de SPDC que se encuentran en el interior de la región que se resaltó con un color amarillo claro poseen el ángulo de emisión de cada uno de los fotones relacionado de manera determinística por la línea punteada dentro de esta región. Es por ello que los pares de fotones emitidos dentro de este cuadrante tendrán los ángulos completamente correlacionados: conocer el ángulo de emisión de un fotón implica conocer el ángulo de emisión del compañero, sin necesidad de medir al último. Si además se tiene en cuenta el hecho de que la densidad de probabilidad está altamente concentrada en el interior de esta región¹, el resultado es que los eventos de SPDC observados tendrán el ángulo de emisión de cada fotón altamente correlacionado. Por ejemplo, en el caso concreto de la figura 6.4, la mayor densidad de probabilidad está en $\theta_s \approx 50^\circ$ y $\theta_i \approx 30^\circ$ donde la correlación es total.

¹La probabilidad que se concentra en el pico principal, centrado en $\theta_s \approx 50^\circ$ y $\theta_i \approx 30^\circ$, es de aproximadamente 90 %. La probabilidad que se concentra en la región indicada en rojo es de aproximadamente 98 %.

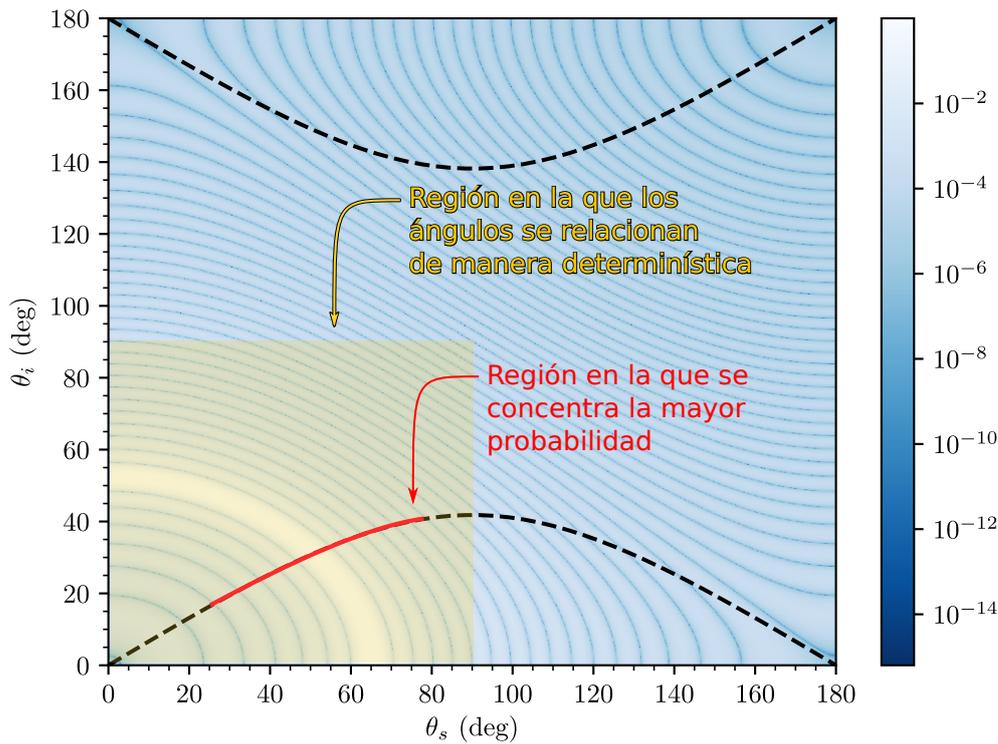


Figura 6.4: Representación de $p(\theta_s, \theta_i)$ tomada de la figura 2.4 donde ahora se ha indicado la región en la que se concentra la mayor probabilidad.

6.4. Experiencia realizada durante el trabajo de tesis

Como se discutió en las secciones previas, la correlación entre los fotones *signal* e *idler* es el punto central en las “aplicaciones cuánticas”. Habiendo conseguido observar el anillo proveniente de SPDC, como se mostró en la sección 3.4, ahora se está en condiciones de comenzar a realizar un estudio de la correlación de estos fotones entrelazados. Entonces, se decidió utilizar el *setup* experimental implementado en el laboratorio, descrito en la sección 3.1, para tal fin.

Dado que la emisión de un par *signal-idler* tiene una alta correlación en los ángulos θ y están siempre separados en ϕ por $\phi = 180^\circ$ (ver figuras 4.1 y 3.18 para entender bien cuáles son los ángulos θ y ϕ) entonces lo que se espera observar, idealmente, es que el número de fotones a un lado del anillo de SPDC sea el mismo que el número de fotones al otro lado del anillo. Esto debería ser cierto sin importar el tiempo de exposición de las imágenes y también sin importar el tamaño de las regiones que se consideren. Por lo tanto podría buscarse la correlación, por ejemplo, en las imágenes con una hora de exposición como la que se muestra a la izquierda en la figura 3.16. El problema en este caso es que cada vez que incide un rayo cósmico se pierde la información precisa del número de electrones que corresponden a SPDC y el que corresponden al rayo cósmico, con lo cual todas las regiones en las que incidió un rayo cósmico se pierden en lo que respecta a la búsqueda de correlación. Las imágenes con una hora de exposición, como

la de la figura 3.16, se encuentran muy contaminadas con rayos c3smicos como para poder ser usadas. La t3cnica de remoci3n de rayos c3smicos que se utiliz3 en la secci3n 3.4 promediando m3ltiples im3genes no es de utilidad al buscar la correlaci3n.

Lo que se decidi3 hacer es reducir el tiempo de exposici3n. De este modo la contaminaci3n con rayos c3smicos es proporcionalmente menor. En la figura 6.5 se puede ver (a la izquierda) una imagen del anillo de SPDC obtenida con 10s de exposici3n. A esta imagen se le realiz3 el acondicionamiento detallado en la secci3n 3.3. Como se puede ver tanto el nivel de ocupaci3n de los p3xeles como la cantidad de rayos c3smicos es proporcionalmente menor al de las im3genes de una hora de exposici3n, como la de la figura 3.16.

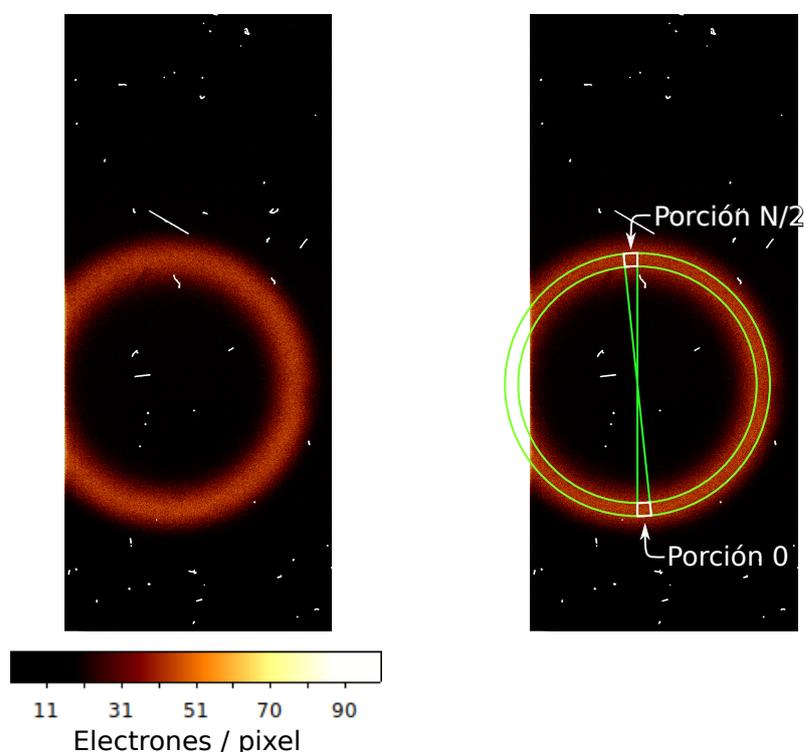


Figura 6.5: A la izquierda, imagen del anillo de SPDC obtenida con 10s de exposici3n. A la derecha, detalle de la regi3n utilizada para estudiar la correlaci3n. La escala en estas im3genes es la misma que en la figura 3.16.

En la imagen de la figura 6.5 se puede ver que existen regiones del anillo en las que no hay contaminaci3n con rayos c3smicos. Estas regiones se utilizaron para estudiar la correlaci3n. Para esto se implement3 el *script pizza_correlator.py* que se encuentra en el repositorio *skipperccd-tools* (ver ap3ndice B). Este *script* toma como entradas una imagen de CCD y un archivo de configuraci3n generado previamente por el *script ring_fitter.py*, parte del mismo repositorio, con los par3metros geom3tricos del anillo. Con esta informaci3n el programa divide a todo el anillo en un cierto n3mero de porciones, todas equiespaciadas en ϕ , y calcula el n3mero de eventos en

cada una de ellas. A continuación realiza el cálculo de la función de correlación circular

$$R(n) = \frac{1}{\sum_{i=1}^N P_i^2} \sum_{i=1}^N P_i P_{i+n} \quad (6.5)$$

donde P_1, P_2, \dots, P_N son el número de fotones en cada porción y P_{i+n} se recorre en forma cíclica, i.e. que cuando se alcanza el final se vuelve al primer elemento. El código en *Python* que implementa este cálculo es

```

1 def circular_correlation(vec, position=None):
2     if position is None:
3         correlation = []
4         for k in range(len(vec)):
5             correlation.append(circular_correlation(vec, k))
6         return correlation
7     else:
8         vec = np.array(vec)
9         vec_shifted = list(vec[position%len(vec):]) + list(vec[:
10            position%len(vec)])
11        vec_shifted = np.array(vec_shifted)
12        return (vec*vec_shifted).sum()/(vec**2).sum()

```

donde `vec` es la lista de P_i y `position` es n . En los lugares donde la correlación es total es de esperar que R valga 1. En los lugares donde existe una anti-correlación es de esperar que R valga -1 .

Al correr el *script* `pizza_correlator.py` sobre la imagen a la izquierda de la figura 6.5 con 80 porciones se obtuvo la distribución de amplitud que se muestra en la figura 6.6. Se puede ver que todas las porciones tienen una amplitud que oscila alrededor de ≈ 13 , con excepción de las porciones comprendidas entre 240° y 310° . Esto es totalmente razonable ya que el anillo en la imagen de la figura 6.5 se encuentra recortado, producto de que no se lo pudo hacer entrar entero dentro del área activa del detector. Al utilizar las amplitudes de la figura 6.6 para calcular la correlación definida en (6.5) lo que se obtiene es el gráfico de la figura 6.7. Lo primero que se observa es que la correlación vale 1 cuando el valor de n es cero. Esto es consistente con la definición. También se observa que su valor cae abruptamente durante los primeros $\approx 50^\circ$. Esto es consistente con el hecho de que un fragmento de aproximadamente 50° del anillo no fue capturado por el detector. Entre 100° y 250° la correlación es aproximadamente estable. Lo que se esperaba encontrar es la presencia de un pico de correlación en 180° indicando que los fotones son emitidos de a pares separados por $\phi = 180^\circ$. Sin embargo este pico no pudo ser detectado.

Se cree que los motivos por los que no se pudo ver la correlación tienen que ver con la presencia de *background* proveniente del láser, el mismo *background no uniforme* que se describió en la

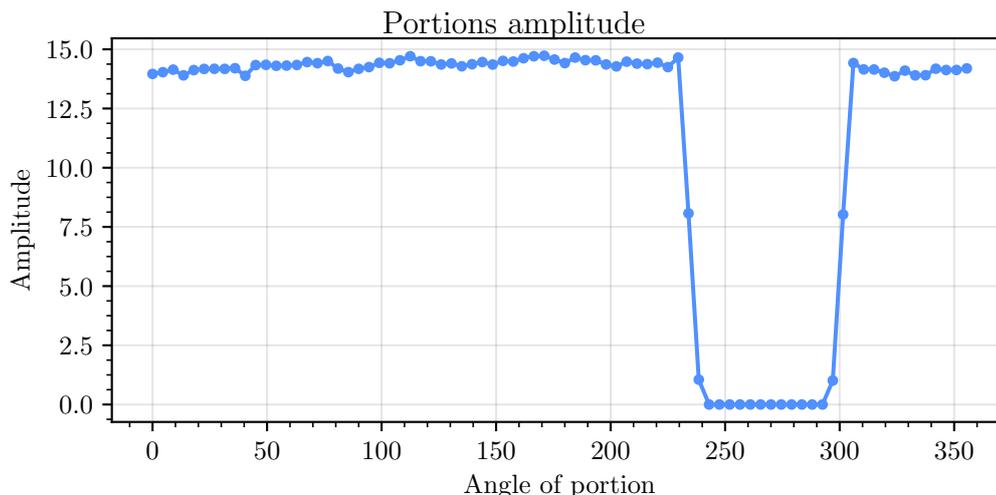


Figura 6.6: Numero promedio de eventos en cada una de las porciones para el estudio de la correlación.

sección 3.4.1. Otro factor que pudo haber jugado en contra a la hora de encontrar la correlación es el ruido de lectura. Si bien el detector *skipper CCD* tiene la capacidad para reducir el ruido de lectura prácticamente a cero, esto es a costas de incrementar el tiempo de lectura de la imagen. Una lectura tal que permita contar el número de electrones en el detector utilizado en este trabajo demora, aproximadamente, entre 3 y 4 horas. Durante este tiempo el detector sigue siendo expuesto a rayos cósmicos con lo cual termina siendo muy difícil, sino imposible, obtener regiones del anillo SPDC que no se encuentren contaminadas. En imágenes con un bajo nivel de ocupación de los píxeles, como por ejemplo la imagen de la figura 6.5, el ruido de lectura tiene una contribución importante.

El tiempo de lectura es una gran desventaja de la tecnología *skipper CCD* frente a otros detectores. Existe un esfuerzo para reducir notablemente el tiempo de lectura desarrollando detectores con múltiples canales paralelos de lectura² como así también mediante una electrónica de lectura inteligente denominada *smart skipper* en la que el número de veces que se lee la información de cada píxel no es uniforme sobre el área activa. Estos desarrollos ya están prácticamente funcionales, pero en el trabajo de esta tesis no se los utilizó. Actualmente la única forma de poder realizar la lectura del detector entero con resolución suficiente para contar el número de electrones sin error y no tener el problema de los rayos cósmicos es montar el experimento en un laboratorio subterráneo, por ejemplo la cueva MINOS en Fermilab. Otra posibilidad que podría brindar una solución en el caso del presente trabajo sería implementar un sistema óptico con lentes que reduzca el tamaño del anillo para que éste ocupe una región menor del área activa, lo cual implica una menor cantidad de píxeles, y esto se traduce en un menor tiempo de lectura. En la figura 6.8 se puede ver una imagen obtenida intercalando dos lentes entre el cristal BBO

²El detector *skipper CCD* utilizado en este trabajo posee cuatro canales de lectura. Sin embargo, debido a dificultades técnicas, sólo uno de ellos pudo ser utilizado. Esto incrementó el tiempo de lectura en un factor 4 respecto de lo esperado. Dentro del grupo de trabajo se está desarrollando un *skipper CCD* con 16 canales de lectura. Esto implicaría una reducción de más de un orden de magnitud en el tiempo de lectura.

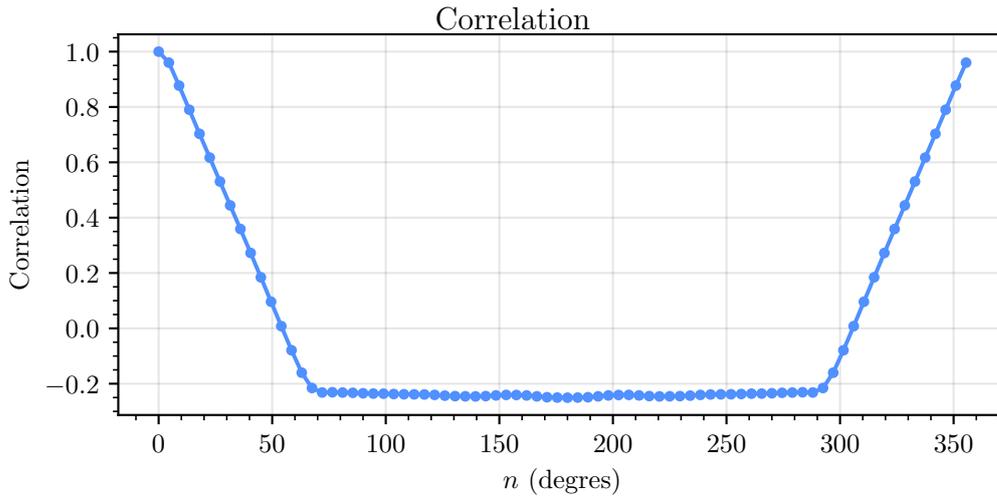


Figura 6.7: Correlación obtenida al aplicar la expresión (6.5) a los datos de la figura 6.6.

y el detector. Se logró reducir el tamaño del anillo de modo tal que éste entrara completamente en el área activa del detector. No se realizó una exploración más profunda con esta configuración por el hecho de que la no uniformidad del anillo obtenido es significativa. En este caso la solución implicaría a realizar modificaciones en el sistema óptico, o implementar uno nuevo, lo cual excedía el tiempo que se disponía para realizar este trabajo.

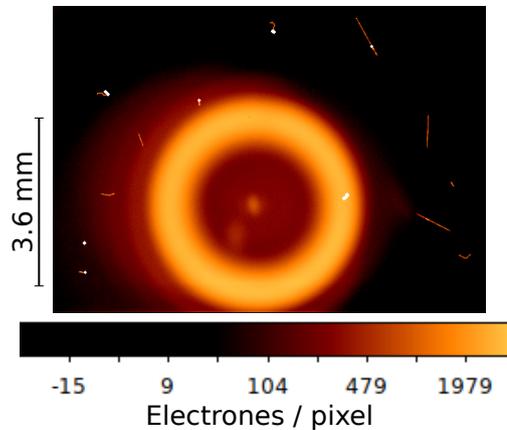


Figura 6.8: Fotografía del anillo de SPDC tomada con una exposición de 60 s utilizando un sistema de lentes para que quepa entero dentro del área activa del CCD.

6.5. Perspectivas

Se realizó una breve exploración sobre las aplicaciones del detector *skipper CCD* en el campo de *quantum imaging* y *quantum cryptography*. Se utilizó la configuración experimental implementa-

da para tomar imágenes que luego fueron procesadas de manera distinta al caso del experimento de fotones oscuros. Se buscó la correlación en el anillo de fotones de SPDC.

El hecho de no haber podido observar la correlación hizo que no se pudiera proseguir con experimentos de mayor interés. Sin embargo se dejó implementada una configuración funcional que con las modificaciones apropiadas podría no sólo permitir observar la correlación sino también utilizarse para realizar experimentos más complejos. Se cree que la habilidad del detector *skipper CCD* de poder resolver el número de fotones que impactó sobre cada píxel puede tener una gran aplicación en el rubro de *quantum imaging* y *quantum cryptography*. La tecnología aún se encuentra en una etapa muy temprana de su desarrollo y con muchas posibilidades que aún no han sido exploradas. En particular el *skipper CCD* podría tener un impacto importante en el campo de *sub-shot-noise quantum imaging*.

Apéndice A

Propagación de fotones oscuros en medios lineales

En este apéndice se estudiará de manera rigurosa cómo es la propagación de fotones oscuros en el interior de medios lineales. Para ello se procederá utilizando las ecuaciones del *electromagnetismo oscuro*, análogas a las ecuaciones de Maxwell pero cuando además del fotón se encuentra presente el fotón oscuro. 

A.1. Las ecuaciones de onda

Para estudiar la propagación de fotones oscuros en medios lineales se procederá de manera análoga al caso de un fotón ordinario. Las ecuaciones del electromagnetismo extendidas al caso en que existe un fotón oscuro son [7]

$$\text{EM} \rightarrow \begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad \text{dEM} \rightarrow \begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{E}' = \rho' + \varepsilon\rho - m_{\gamma'}^2 A'^0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B}' = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B}' - \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} = \mathbf{J}' + \varepsilon\mathbf{J} - m_{\gamma'}^2 \mathbf{A}' \\ \nabla \times \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{B} son los campos eléctrico y magnético ordinarios, ρ y \mathbf{J} son la densidad de carga y corriente electromagnética ordinarias, \mathbf{E}' y \mathbf{B}' son los campos eléctrico y magnético correspondientes al fotón oscuro, A'^0 y \mathbf{A}' son las componentes temporal y espaciales del cuadripotencial correspondiente al fotón oscuro, y ρ' y \mathbf{J}' son la densidad de carga y corriente de hipotética carga oscura¹. Para estudiar la propagación en medios lineales se obtendrán, en primer lugar,

¹Así como el electrón, por ejemplo, tiene carga electromagnética podrían existir fermiones en el sector oscuro con carga oscura que se acoplan al fotón oscuro del mismo modo que el electrón se acopla al fotón ordinario.

las ecuaciones de onda para los campos \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{E}' y \mathbf{B}' . Para ello se puede seguir el procedimiento habitual de aplicar el operador $\nabla \times$ a aquellas ecuaciones que ya lo tienen, i.e.

$$\begin{aligned} \text{EM} &\rightarrow \begin{cases} \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} - \nabla \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{J} \\ \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \end{cases} \\ \text{dEM} &\rightarrow \begin{cases} \nabla \times \nabla \times \mathbf{B}' - \nabla \times \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{J}' + \varepsilon \mathbf{J} - m_{\gamma'}^2 \nabla \times \mathbf{A}') \\ \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}' + \nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} = 0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

A continuación se utiliza la identidad $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ para obtener

$$\begin{aligned} \text{EM} &\rightarrow \begin{cases} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} - \nabla \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{J} \\ \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \end{cases} \\ \text{dEM} &\rightarrow \begin{cases} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}') - \nabla^2 \mathbf{B}' - \nabla \times \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{J}' + \varepsilon \mathbf{J}) - m_{\gamma'}^2 \nabla \times \mathbf{A}' \\ \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}') - \nabla^2 \mathbf{E}' + \nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} = 0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Utilizando las demás ecuaciones en (A.1) lo anterior se convierte en

$$\begin{aligned} \text{EM} &\rightarrow \begin{cases} -\nabla^2 \mathbf{B} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = \nabla \times \mathbf{J} \\ \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \nabla \rho + \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \end{cases} \\ \text{dEM} &\rightarrow \begin{cases} -\nabla^2 \mathbf{B}' + \frac{\partial^2 \mathbf{B}'}{\partial t^2} + m_{\gamma'}^2 \nabla \times \mathbf{A}' = \nabla \times (\mathbf{J}' + \varepsilon \mathbf{J}) \\ \nabla^2 \mathbf{E}' - \frac{\partial^2 \mathbf{E}'}{\partial t^2} + \nabla m_{\gamma'}^2 A'^0 + \frac{\partial}{\partial t} m_{\gamma'}^2 \mathbf{A}' = \nabla(\rho' + \varepsilon \rho) + \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{J}' + \varepsilon \mathbf{J}) \end{cases}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Del electromagnetismo clásico se sabe que $\begin{cases} \mathbf{E} = -\nabla A^0 - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \\ \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \end{cases}$. De manera análoga en el electromagnetismo oscuro los campos \mathbf{E}' y \mathbf{B}' se relacionan con las componentes de A'^{μ} según

$$\begin{cases} \mathbf{E}' = -\nabla A'^0 - \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} \\ \mathbf{B}' = \nabla \times \mathbf{A}' \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

por lo tanto las ecuaciones previas se pueden reescribir como

$$\begin{aligned}
\text{EM} &\rightarrow \begin{cases} \partial_\mu \partial^\mu \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{J} \\ \partial_\mu \partial^\mu \mathbf{E} = -\nabla \rho - \partial_t \mathbf{J} \end{cases} \\
\text{dEM} &\rightarrow \begin{cases} (\partial_\mu \partial^\mu + m_{\gamma'}^2) \mathbf{B}' = \nabla \times (\mathbf{J}' + \varepsilon \mathbf{J}) \\ (\partial_\mu \partial^\mu + m_{\gamma'}^2) \mathbf{E}' = -\nabla (\rho' + \varepsilon \rho) - \partial_t (\mathbf{J}' + \varepsilon \mathbf{J}) \end{cases}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

donde se ha utilizado la notación habitual $\partial_\mu \partial^\mu \equiv \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$. Estas son las ecuaciones de onda más generales para los campos $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{E}'$ y \mathbf{B}' . En el caso del electromagnetismo clásico (\mathbf{E} y \mathbf{B}) las ecuaciones ya son conocidas. Para el electromagnetismo oscuro (\mathbf{E}' y \mathbf{B}') no se tiene constancia de bibliografía alguna que las haya presentado anteriormente, sin embargo se puede ver que existe una alta similitud entre las ecuaciones de \mathbf{B} y \mathbf{B}' y las de \mathbf{E} y \mathbf{E}' . La diferencia está en que los campos oscuros satisfacen una ecuación de Klein-Gordon con masa, y en lo que respecta a las fuentes se puede ver que la combinación lineal $\mathbf{J}' + \varepsilon \mathbf{J}$ es para \mathbf{B}' análoga a \mathbf{J} para \mathbf{B} . Del mismo modo las cantidades $\rho' + \varepsilon \rho$ y $\mathbf{J}' + \varepsilon \mathbf{J}$ cumplen un rol análogo para \mathbf{E}' al que cumplen ρ y \mathbf{J} para \mathbf{E} . Si $\rho' = 0$ y $\mathbf{J}' = 0$, i.e. se anulan las fuentes con carga oscura, se obtiene que los campos \mathbf{E}' y \mathbf{B}' se acoplan con la carga y corriente electromagnéticas a través del factor ε . Esto es consistente con el lagrangiano en (2.3).

A.2. Propagación en medios materiales

A partir de las ecuaciones en (A.6) es posible estudiar la propagación de ondas electromagnéticas ordinarias y oscuras en medios materiales. Se asumirá que las fuentes con carga oscura son nulas, i.e.

$$\begin{cases} \rho' = 0 \\ \mathbf{J}' = 0 \end{cases}, \tag{A.7}$$

lo cual parece razonable para una configuración de laboratorio. Por otro lado se expresarán las densidades de carga y corriente ordinarias como las componentes libres más las de polarización y magnetización, según se detalla en la ecuación (2.4), y se asumirá que en el interior del medio no hay fuentes del tipo libre. Esto quiere decir que

$$\begin{cases} \rho = -\nabla \cdot \mathbf{P} \\ \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \end{cases} \tag{A.8}$$

donde \mathbf{P} es la polarización del medio y \mathbf{M} la magnetización. Estas dos cantidades caracterizan al medio en cuestión.

Al introducir todas estas consideraciones en (A.6) se obtiene

$$\begin{aligned} \text{EM} &\rightarrow \begin{cases} \partial_\mu \partial^\mu \mathbf{B} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{M} + \partial_t \mathbf{P}) \\ \partial_\mu \partial^\mu \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{P}) - \partial_t (\nabla \times \mathbf{M} + \partial_t \mathbf{P}) \end{cases} \\ \text{dEM} &\rightarrow \begin{cases} (\partial_\mu \partial^\mu + m_{\gamma'}^2) \mathbf{B}' = \varepsilon \nabla \times (\nabla \times \mathbf{M} + \partial_t \mathbf{P}) \\ (\partial_\mu \partial^\mu + m_{\gamma'}^2) \mathbf{E}' = \varepsilon \nabla (\nabla \cdot \mathbf{P}) - \varepsilon \partial_t (\nabla \times \mathbf{M} + \partial_t \mathbf{P}) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Cuando se trabaja en óptica no lineal en general se asume que el medio es no magnético [15], i.e. $\mathbf{M} = 0$. Además el término $\nabla (\nabla \cdot \mathbf{P})$ suele ser despreciable cuando la amplitud varía lentamente en el espacio [15]. En consecuencia las ecuaciones se simplifican y quedan

$$\begin{aligned} \text{EM} &\rightarrow \begin{cases} \partial_\mu \partial^\mu \mathbf{B} = \nabla \times \partial_t \mathbf{P} \\ \partial_\mu \partial^\mu \mathbf{E} = -\partial_t^2 \mathbf{P} \end{cases} \\ \text{dEM} &\rightarrow \begin{cases} (\partial_\mu \partial^\mu + m_{\gamma'}^2) \mathbf{B}' = \varepsilon \nabla \times \partial_t \mathbf{P} \\ (\partial_\mu \partial^\mu + m_{\gamma'}^2) \mathbf{E}' = -\varepsilon \partial_t^2 \mathbf{P} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Estas ecuaciones describen la propagación en medios materiales.

A.2.1. Propagación en medios lineales

A continuación se estudiará la propagación en medios lineales. Un medio lineal es aquel en que la dependencia entre la polarización del mismo y los campos está dada por una relación lineal. En general, en el electromagnetismo clásico, esta relación se expresa del siguiente modo

$$\mathbf{P} = \chi \mathbf{E} \quad (\text{A.11})$$

siendo χ la susceptibilidad eléctrica del medio. Para el electromagnetismo extendido en conjunto con el electromagnetismo oscuro se debe utilizar la expresión para \mathbf{P} dada por (2.13) de donde se sigue que para un medio no magnetizable y lineal

$$\mathbf{P} = \chi (\mathbf{E} + \varepsilon \mathbf{E}'). \quad (\text{A.12})$$

Reemplazando esto en (A.10) se obtiene

$$\begin{aligned} \text{EM} &\rightarrow \begin{cases} \partial_\mu \partial^\mu \mathbf{B} = \chi \nabla \times \partial_t (\mathbf{E} + \varepsilon \mathbf{E}') \\ \partial_\mu \partial^\mu \mathbf{E} = -\chi \partial_t^2 (\mathbf{E} + \varepsilon \mathbf{E}') \end{cases} \\ \text{dEM} &\rightarrow \begin{cases} (\partial_\mu \partial^\mu + m_{\gamma'}^2) \mathbf{B}' = \varepsilon \chi \nabla \times \partial_t (\mathbf{E} + \varepsilon \mathbf{E}') \\ (\partial_\mu \partial^\mu + m_{\gamma'}^2) \mathbf{E}' = -\varepsilon \chi \partial_t^2 (\mathbf{E} + \varepsilon \mathbf{E}') \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Se puede ver que hay dos ecuaciones, la segunda y la cuarta, que relacionan los campos \mathbf{E} y \mathbf{E}' . Éstas pueden reescribirse del siguiente modo

$$\begin{cases} \left((1 + \chi) \partial_t^2 - \nabla^2 \right) \mathbf{E} = -\varepsilon \chi \partial_t^2 \mathbf{E}' \\ \left((1 + \varepsilon^2 \chi) \partial_t^2 - \nabla^2 + m_{\gamma'}^2 \right) \mathbf{E}' = -\varepsilon \chi \partial_t^2 \mathbf{E} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Si $\varepsilon \ll 1$ se puede trabajar a orden cero en dicho parámetro, en cuyo caso lo anterior se convierte en

$$\begin{cases} \left((1 + \chi) \partial_t^2 - \nabla^2 \right) \mathbf{E} = 0 \\ \left(\partial_t^2 - \nabla^2 + m_{\gamma'}^2 \right) \mathbf{E}' = 0 \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

De este sistema de ecuaciones se concluye que la propagación está desacoplada y además que las relaciones de dispersión en cada caso son

$$k = \sqrt{1 + \chi} \omega \quad \text{y} \quad k' = \sqrt{\omega'^2 - m_{\gamma'}^2} \quad (\text{A.16})$$

para \mathbf{E} y \mathbf{E}' respectivamente, siendo ω la frecuencia angular. En electromagnetismo clásico la cantidad $\sqrt{1 + \chi}$ es el índice de refracción del medio. En el caso del electromagnetismo oscuro se observa que la relación de dispersión es la usual para un campo masivo en el vacío. Esto es consistente con una interacción débil del fotón oscuro con la materia.

En todo lo anterior se trabajó en un sistema de unidades en el que $c = \hbar = 1$. Esto facilita el trabajo teórico. A la hora de pasar al experimento, sin embargo, hay que tener presentes los valores de estas constantes. Las relaciones de dispersión con las constantes explícitamente presentes son

$$\begin{cases} k = \frac{n\omega}{c} & \text{para fotón ordinario} \\ k = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \frac{m_{\gamma'}^2 c^4}{\hbar^2}} & \text{para fotón oscuro} \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

donde n es el índice de refracción del medio. Véase que en el caso del fotón oscuro es necesario que $\omega > \frac{m_{\gamma'} c^2}{\hbar}$, como es habitual para campos masivos.

Apéndice B

Software desarrollado

En este breve apéndice se dejará referencia a parte del software desarrollado durante este trabajo, que se considera que puede ser de interés y utilidad para futuras aplicaciones. 

B.1. El paquete *ltapy*

El paquete *ltapy* implementa una abstracción que permite comandar la placa LTA, encargada del control y la comunicación de los detectores *skipper CCD*, desde Python. El código fuente y los pasos de instalación se pueden encontrar en <https://github.com/sensei-skipper/ltapy>. El paquete fue diseñado para implementar una interfaz amigable al usuario. Junto con el código fuente se encuentran ejemplos de uso.

B.2. El paquete *darmat*

El paquete *darmat*, cuyo código fuente e instrucciones de instalación se encuentran en <https://github.com/Sensei-Skipper/darmat>, implementa las clases SPDC y dSPDC que son abstracciones para operar con las complicadas distribuciones que surgen de estos procesos en el lenguaje Python. Este paquete también fue creado pensando en la facilidad y simplicidad de uso, para que el usuario no deba preocuparse por las expresiones matemáticas que surgen para la distribución de fotones *signal* e *idler*. Los gráficos de las figuras 2.4, 2.5 y 4.8, por ejemplo, se realizaron utilizando el paquete *darmat* con pocas líneas de código.

B.3. El repositorio *skipper-ccd-tools*

El repositorio *skipper-ccd-tools*, que puede encontrarse en <https://gitlab.com/SengerM/skipper-ccd-tools>, contiene una colección de *scripts* para realizar distintas tareas de procesado a las imágenes obtenidas mediante la placa LTA. Entre otros se encuentran *scripts* para remover muones y rayos cósmicos, para lectura de datos, para calibración, para simulación de imágenes de SPDC y dSPDC, etc.

B.4. El repositorio *find-crystal*

El repositorio *find-crystal* contiene un conjunto de *scripts* de *Python* que permiten leer la base de datos de <https://refractiveindex.info/> y buscar materiales que satisfagan las condiciones de *phase matching* tanto para SPDC como para dSPDC. El repositorio puede encontrarse en <https://gitlab.com/SengerM/find-crystal>.

Bibliografía

- [1] Telescope H S. Abell S1063[J/OL], .
<https://hubblesite.org/contents/media/images/2018/56/4293-Image.html?page=7&filterUUID=4c394bbb-b21e-43ab-a160-2a4521d70243>.
- [2] Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis.[J/OL]. , 1983, 270 : 365 – 370.
<http://dx.doi.org/10.1086/161130>.
- [3] Observatory C X-R. Bullet cluster[J/OL], .
<https://chandra.si.edu/photo/2006/1e0657/>.
- [4] Collaboration P, Aghanim N, Akrami Y, et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters[J/OL]. arXiv:1807.06209 [astro-ph], 2018.
<http://arxiv.org/abs/1807.06209>.
- [5] Holdom B. Two $U(1)$'s and epsilon charge shifts[J/OL]. Physics Letters B, 1986, 166(2) : 196 – 198.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269386913778>.
- [6] Graham P W, Mardon J, Rajendran S, et al. A Parametrically Enhanced Hidden Photon Search[J/OL]. Physical Review D, 2014, 90(7) : 075017.
<http://arxiv.org/abs/1407.4806>.
- [7] Huang F P, Lee H-S. Extension of the electrodynamics in the presence of the axion and dark photon[J/OL]. International Journal of Modern Physics A, 2019, 34(03n04) : 1950012.
<http://arxiv.org/abs/1806.09972>.
- [8] Essig R, Jaros J A, Wester W, et al. Dark Sectors and New, Light, Weakly-Coupled Particles[J/OL]. arXiv:1311.0029 [astro-ph, physics:hep-ex, physics:hep-ph], 2013.
<http://arxiv.org/abs/1311.0029>.
- [9] Zangwill A. Modern electrodynamics[M]. [S.l.] : Cambridge University Press, 2013.
- [10] Walborn S P, Monken C H, PÁjdua S, et al. Spatial correlations in parametric down-conversion[J/OL]. Physics Reports, 2010, 495(4-5) : 87 – 139.
<http://arxiv.org/abs/1010.1236>.

-
- [11] Klyshko D. Photons and Nonlinear Optics[M]. 1988.
- [12] Boeuf N. Calculating characteristics of noncollinear phase matching in uniaxial and biaxial crystals[J/OL]. Optical Engineering, 2000, 39(4): 1016.
<http://opticalengineering.spiedigitallibrary.org/article.aspx?doi=10.1117/1.602464>.
- [13] Couteau C. Spontaneous parametric down-conversion[J/OL]. Contemporary Physics, 2018, 59(3): 291–304.
<https://doi.org/10.1080/00107514.2018.1488463>.
- [14] Partanen M, HÄ€yrynen T, Oksanen J, et al. Photon mass drag and the momentum of light in a medium[J/OL]. Physical Review A, 2017, 95(6): 063850.
<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.95.063850>.
- [15] Boyd R W. Nonlinear optics[M]. 3rd ed. Amsterdam ; Boston: Academic Press, 2008.
- [16] Tiffenberg J, Sofo-Haro M, Drlica-Wagner A, et al. Single-electron and single-photon sensitivity with a silicon Skipper CCD[J/OL]. Physical Review Letters, 2017, 119(13): 131802.
<http://arxiv.org/abs/1706.00028>.
- [17] qutools. quED[J], .
- [18] Sofo-Haro M. Sensores Multipixel CCD de Ultra Bajo Ruido de Lectura para Deteccion de Particulas[D/OL]. Instituto Balseiro: Universidad Nacional de Cuyo, 2017.
https://drive.google.com/file/d/1r9RA0M5ENa6W1ihyIEB9j5BkVqvYrWEK/view?usp=drive_web.
- [19] Kwiat P G, Waks E, White A G, et al. Ultra-bright source of polarization-entangled photons[J/OL]. Physical Review A, 1999, 60(2): R773–R776.
<http://arxiv.org/abs/quant-ph/9810003>.
- [20] Ling A, Lamas-Linares A, Kurtsiefer C. Absolute emission rates of Spontaneous Parametric Down Conversion into single transverse Gaussian modes[J/OL]. Physical Review A, 2008, 77(4): 043834.
<http://arxiv.org/abs/0801.2220>.
- [21] Evans C C. Nonlinear optics in titanium dioxide: from bulk to integrated optical devices[D]. [S.l.]: [s.n.], 2013.
- [22] Lista L. Statistical Methods for Data Analysis in Particle Physics[M]. 2016.
- [23] Slattery O, Ma L, Zong K, et al. Background and Review of Cavity-Enhanced Spontaneous Parametric Down-Conversion[J/OL]. Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, 2019, 124: 124019.
<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/jres/124/jres.124.019.pdf>.

- [24] Greiner W, Reinhardt J. Field quantization[M]. [S.l.] : Springer, 1996.
- [25] Moreau P-A, Toninelli E, Gregory T, et al. Imaging with quantum states of light[J/OL]. Nature Reviews Physics, 2019, 1(6) : 367–380.
<https://www.nature.com/articles/s42254-019-0056-0>.
- [26] Malik M, Boyd R W. Quantum Imaging Technologies[J/OL]. La Rivista del Nuovo Cimento, 2014, 37(5) : 273–332.
<http://arxiv.org/abs/1406.1685>.
- [27] Walborn S P, Lemelle D S, Almeida M P, et al. Quantum key distribution with higher-order alphabets using spatially-encoded qudits[J/OL]. Physical Review Letters, 2006, 96(9) : 090501.
<http://arxiv.org/abs/quant-ph/0510088>.